

問題

問題 1. 次の問いに答えよ。

(1) 関数 $y = x^2 - 2x + 3$ ($a \leq x \leq a + 2$) について、次の問いに答えよ。

- ① 最小値を求めよ。 ② 最大値を求めよ。

(2) 関数 $y = 2x^2 + 8x + 6$ ($a - 1 \leq x \leq a + 1$) について、次の問いに答えよ。

- ① 最小値を求めよ。 ② 最大値を求めよ。

問題 2. 次の問いに答えよ。

(1) 2次方程式 $x^2 - 2mx + 2m + 8 = 0$ が、次のような実数解をもつように、定数 m の値の範囲を定めよ。

- ① 異なる 2 つの正の解 ② 異なる 2 つの負の解

- ③ 正の解と負の解

(2) 2次方程式 $x^2 + 2mx - 3m + 4 = 0$ が、次のような実数解をもつように、定数 m の値の範囲を定めよ。

- ① 異なる 2 つの正の解 ② 異なる 2 つの負の解

- ③ 正の解と負の解

練習

練習 1. 次の問いに答えよ。

(1) 関数 $y = x^2 + 4x + 7$ ($a \leq x \leq a + 4$) について、次の問いに答えよ。

- ① 最小値を求めよ。 ② 最大値を求めよ。

(2) 関数 $y = 3x^2 - 6x + 4$ ($a + 1 \leq x \leq a + 3$) について、次の問いに答えよ。

- ① 最小値を求めよ。 ② 最大値を求めよ。

練習 2. 次の問いに答えよ。

(1) 2次方程式 $x^2 - 2mx - m + 2 = 0$ が、次のような実数解をもつように、定数 m の値の範囲を定めよ。

- ① 異なる 2 つの正の解 ② 異なる 2 つの負の解

③ 正の解と負の解

(2) 2次方程式 $x^2 + 2mx - 5m + 6 = 0$ が、次のような実数解をもつように、定数 m の値の範囲を定めよ。

- ① 異なる 2 つの正の解 ② 異なる 2 つの負の解

③ 正の解と負の解

解答

問題 1.

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & \textcircled{1} \begin{cases} a < -1 \text{ のとき} & x = a + 2 \text{ で最小値 } a^2 + 2a + 3 \\ -1 \leq a \leq 1 \text{ のとき} & x = 1 \text{ で最小値 } 2 \\ a > 1 \text{ のとき} & x = a \text{ で最小値 } a^2 - 2a + 3 \end{cases} \\
 & \textcircled{2} \begin{cases} a \leq 0 \text{ のとき} & x = a \text{ で最大値 } a^2 - 2a + 3 \\ a > 0 \text{ のとき} & x = a + 2 \text{ で最大値 } a^2 + 2a + 3 \end{cases} \\
 (2) \quad & \textcircled{1} \begin{cases} a < -3 \text{ のとき} & x = a + 1 \text{ で最小値 } 2a^2 + 12a + 16 \\ -3 \leq a \leq 1 \text{ のとき} & x = -2 \text{ で最小値 } -2 \\ a > -1 \text{ のとき} & x = a - 1 \text{ で最小値 } 2a^2 + 4a + 3 \end{cases} \\
 & \textcircled{2} \begin{cases} a \leq -2 \text{ のとき} & x = a - 1 \text{ で最大値 } 2a^2 + 4a \\ a > -2 \text{ のとき} & x = a + 1 \text{ で最大値 } 2a^2 + 12a + 16 \end{cases}
 \end{aligned}$$

問題 2.

$$(1) \quad \textcircled{1} m > 4 \quad \textcircled{2} -4 < m < -2 \quad \textcircled{3} m < -4$$

$$(2) \quad \textcircled{1} m < -4 \quad \textcircled{2} 1 < m < \frac{4}{3} \quad \textcircled{3} m > \frac{4}{3}$$

練習 1.

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & \textcircled{1} \begin{cases} a < -6 \text{ のとき} & x = a + 4 \text{ で最小値 } a^2 + 12a + 39 \\ -6 \leq a \leq -2 \text{ のとき} & x = -2 \text{ で最小値 } 3 \\ a > -2 \text{ のとき} & x = a \text{ で最小値 } a^2 + 4a + 7 \end{cases} \\
 & \textcircled{2} \begin{cases} a \leq -4 \text{ のとき} & x = a \text{ で最大値 } a^2 + 4a + 7 \\ a > -4 \text{ のとき} & x = a + 4 \text{ で最大値 } a^2 + 12a + 39 \end{cases} \\
 (2) \quad & \textcircled{1} \begin{cases} a < -2 \text{ のとき} & x = a + 3 \text{ で最小値 } 3a^2 + 12a + 13 \\ -2 \leq a \leq 0 \text{ のとき} & x = 1 \text{ で最小値 } 1 \\ a > 0 \text{ のとき} & x = a + 1 \text{ で最小値 } 3a^2 + 1 \end{cases} \\
 & \textcircled{2} \begin{cases} a \leq -1 \text{ のとき} & x = a + 1 \text{ で最大値 } 3a^2 + 1 \\ a > -1 \text{ のとき} & x = a + 3 \text{ で最大値 } 3a^2 + 12a + 13 \end{cases}
 \end{aligned}$$

練習 2.

$$(1) \quad \textcircled{1} 1 < m < 2 \quad \textcircled{2} m < -2 \quad \textcircled{3} m > 2$$

$$(2) \quad \textcircled{1} m < -6 \quad \textcircled{2} 1 < m < \frac{6}{5} \quad \textcircled{3} m > \frac{6}{5}$$