

問題

問題 1. 次の不等式を満たす整数 x の個数を求めよ。

(1) $|3x - 2| < 5$

(2) $|5x + 1| \leq 8$

問題 2. 次の式を因数分解せよ。

(1) $a(b^2 + c^2) + b(a^2 + c^2) + c(a^2 + b^2) + 3abc$

(2) $a^2(b - c) + b^2(c - a) - c^2(a + b) + abc$

問題 3. 次の問いに答えよ。

(1) $x + y + z = 3$, $xy + yz + zx = 2$ のとき、 $x^2 + y^2 + z^2$ の値を求めよ。

(2) $x + y + z = 2$, $xy + yz + zx = -3$ のとき、 $x^2 + y^2 + z^2$ の値を求めよ。

問題 4. 次の式の分母を有理化せよ。

(1) $\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}}$

(2) $\frac{1}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}$

問題 5. 次の問いに答えよ。

(1) $x = \sqrt{2} + 1$ のとき、 $x + \frac{1}{x}$, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ の値を求めよ。

(2) $x = 2 - \sqrt{3}$ のとき、 $x + \frac{1}{x}$, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ の値を求めよ。

問題 6. 次の問いに答えよ。

(1) 不等式 $5x - 8 < 3x + 4a$ を満たす最大の整数 x が $x = 4$ のとき、定数 a の値の範囲を求めよ。

(2) 不等式 $6(x - a) \geq 2(2x - 1)$ を満たす最小の整数 x が $x = 2$ のとき、定数 a の値の範囲を求めよ。

問題 7. 次の方程式を解け。

(1) $|x + 2| + |x| = 4$

(2) $|x + 3| + |x - 1| = 6$

練習

練習 1. 次の不等式を満たす整数 x の個数を求めよ。

(1) $|3x + 1| \leq 8$

(2) $|4x - 3| < 10$

練習 2. 次の式を因数分解せよ。

(1) $a(b^2 + c^2) + b(a^2 - c^2) + c(b^2 - a^2) - abc$

(2) $a^2(b + c) - b^2(c + a) - c^2(a + b) - abc$

練習 3. 次の問いに答えよ。

(1) $x + y + z = 4$, $xy + yz + zx = -1$ のとき、 $x^2 + y^2 + z^2$ の値を求めよ。

(2) $x + y + z = 3$, $xy + yz + zx = 1$ のとき、 $x^2 + y^2 + z^2$ の値を求めよ。

練習 4. 次の式の分母を有理化せよ。

(1) $\frac{1}{1 - \sqrt{5} - \sqrt{6}}$

(2) $\frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{5}}$

練習 5. 次の問いに答えよ。

(1) $x = \sqrt{5} - 2$ のとき、 $x + \frac{1}{x}$, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ の値を求めよ。

(2) $x = 3 - 2\sqrt{2}$ のとき、 $x + \frac{1}{x}$, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ の値を求めよ。

練習 6. 次の問いに答えよ。

(1) 不等式 $6x + 5 \geq x + 20a$ を満たす最小の整数 x が $x = 3$ のとき、定数 a の値の範囲を求めよ。

(2) 不等式 $2(x + 1) > 3x - 5a$ を満たす最大の整数 x が $x = 5$ のとき、定数 a の値の範囲を求めよ。

練習 7. 次の方程式を解け。

(1) $|x| + |x - 3| = 7$

(2) $|x + 1| + |x - 2| = 5$

解答

問題 1.

(1) 3 個 (2) 3 個

問題 2.

(1) $(a + b + c)(ab + bc + ca)$ (2) $(a - b + c)(ab - bc - ca)$

問題 3.

(1) 5 (2) 10

問題 4.

(1) $\frac{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2} - \sqrt{30}}{12}$ (2) $\frac{\sqrt{2} + 2 + \sqrt{6}}{4}$

問題 5.

(1) $2\sqrt{2}, 6$ (2) 4, 14

問題 6.

(1) $0 < a \leq \frac{1}{2}$ (2) $\frac{2}{3} < a \leq 1$

問題 7.

(1) $x = -3, 1$ (2) $x = -4, 2$

解答

練習 1.

(1) 6 個 (2) 5 個

練習 2.

(1) $(a + b - c)(ab + bc - ca)$ (2) $(a - b - c)(ab + bc + ca)$

練習 3.

(1) 18 (2) 7

練習 4.

(1) $\frac{-\sqrt{5} + 5 - \sqrt{30}}{10}$ (2) $\frac{-2\sqrt{3} + 3\sqrt{2} + \sqrt{30}}{12}$

練習 5.

(1) $2\sqrt{5}, 18$ (2) 6, 34

練習 6.

(1) $\frac{3}{4} < a \leq 1$ (2) $\frac{3}{5} < a \leq \frac{4}{5}$

練習 7.

(1) $x = -2, 5$ (2) $x = -2, 3$