

# 問題

問題 1. 次の関数の最大値と最小値を求めよ。

(1)  $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$  ( $-2 \leq x \leq 2$ )      (2)  $y = -x^3 + 3x - 2$  ( $-2 \leq x \leq 3$ )

(3)  $y = -x^3 + 6x^2 - 9x + 5$  ( $0 \leq x \leq 2$ )      (4)  $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1$  ( $-2 \leq x \leq 1$ )

(5)  $y = x^4 - 4x^3 + 4x^2$  ( $0 \leq x \leq 3$ )      (5)  $y = -3x^4 - 8x^3 + 10$  ( $-1 \leq x \leq 1$ )

問題 2. 次の問いに答えよ。

(1) 方程式  $x^3 - 3x - a = 0$  が異なる 3 個の実数解をもつように, 定数  $a$  の値の範囲を定めよ。

(2) 方程式  $x^3 - 6x^2 + 9x - a = 0$  がただ 1 個の実数解をもつように, 定数  $a$  の値の範囲を定めよ。

問題 3.  $x \geq 0$  のとき, 次の不等式が成り立つことを証明せよ。

(1)  $x^3 + 32 \geq 6x^2$       (2)  $2x^3 + 1 \geq 3x^2$

## 練習

練習 1. 次の関数の最大値と最小値を求めよ。

(1)  $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x$  ( $0 \leq x \leq 3$ )      (2)  $y = -x^3 - 3x^2 + 4$  ( $-3 \leq x \leq 2$ )

(3)  $y = -x^3 + 6x^2 - 5$  ( $-1 \leq x \leq 2$ )      (4)  $y = x^3 - 6x^2 - 15x + 9$  ( $-2 \leq x \leq 1$ )

(5)  $y = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2$  ( $-1 \leq x \leq 1$ )      (5)  $y = -3x^4 + 8x^3 - 6x^2$  ( $0 \leq x \leq 2$ )

練習 2. 次の問いに答えよ。

(1) 方程式  $2x^3 - 9x^2 + 12x - a = 0$  が異なる 3 個の実数解をもつように、定数  $a$  の値の範囲を定めよ。

(2) 方程式  $x^3 - 6x^2 - a = 0$  がただ 1 個の実数解をもつように、定数  $a$  の値の範囲を定めよ。

練習 3.  $x \geq 0$  のとき、次の不等式が成り立つことを証明せよ。

(1)  $x^3 + 2 \geq 3x$

(2)  $2x^3 - 12x \geq 3x^2 + 20$

# 解答

問題 1.

- (1)  $x = 2$  で最大値 5,  $x = -2$  で最小値  $-27$  をとる
- (2)  $x = -2, 1$  で最大値 0,  $x = 3$  で最小値  $-20$  をとる
- (3)  $x = 0$  で最大値 5,  $x = 1$  で最小値 1 をとる
- (4)  $x = -1$  で最大値 8,  $x = 1$  で最小値  $-12$  をとる
- (5)  $x = 3$  で最大値 9,  $x = 0, 2$  で最小値 0 をとる
- (6)  $x = -1$  で最大値 15,  $x = 1$  で最小値  $-1$  をとる

問題 2.

- (1)  $-2 < a < 2$     (2)  $a < 0, 4 < a$

問題 3.

略

練習 1.

- (1)  $x = 3$  で最大値 9,  $x = 0$  で最小値 0 をとる
- (2)  $x = -3, 0$  で最大値 4,  $x = 2$  で最小値  $-16$  をとる
- (3)  $x = 2$  で最大値 11,  $x = 0$  で最小値  $-5$  をとる
- (4)  $x = -1$  で最大値 17,  $x = 1$  で最小値  $-11$  をとる
- (5)  $x = 0$  で最大値 0,  $x = 1$  で最小値  $-13$  をとる
- (6)  $x = 0$  で最大値 0,  $x = 2$  で最小値  $-8$  をとる

練習 2.

- (1)  $4 < a < 5$     (2)  $a < -32, 0 < a$

練習 3.

略