

問題

問題 1. 次の定積分を求めよ。

$$(1) \int_0^1 (2x^2 + 5) dx + \int_1^2 (2x^2 + 5) dx$$

$$(2) \int_{-1}^0 (-3x^2 + 6x) dx + \int_0^1 (-3x^2 + 6x) dx$$

$$(3) \int_0^2 (-x^2 - 7) dx - \int_1^2 (-x^2 - 7) dx$$

$$(4) \int_{-2}^4 (x^3 + x) dx - \int_2^4 (x^3 + x) dx$$

問題 2. 次の等式を満たす関数 $f(x)$ を求めよ。

$$(1) f(x) = 3x + 4 \int_0^1 f(t) dt \qquad (2) f(x) = -2x + 2 \int_{-1}^0 f(t) dt$$

$$(3) f(x) = -x^2 + \int_{-2}^2 f(t) dt \qquad (4) f(x) = 4x^2 + 2 \int_0^2 f(t) dt$$

問題 3. 次の問いに答えよ。

$$(1) x \text{ の関数 } \int_1^x (4t^3 + t^2 - 1) dt \text{ の導関数を求めよ。}$$

$$(2) x \text{ の関数 } \int_{-2}^x (-2t^2 + 3t + 4) dt \text{ の導関数を求めよ。}$$

問題 4. 次の等式を満たす関数 $f(x)$ と定数 a の値を求めよ。

$$(1) \int_a^x f(t) dt = x^2 + 5x + 4 \qquad (2) \int_a^x f(t) dt = x^2 - 2x - 8$$

練習

練習 1. 次の定積分を求めよ。

$$(1) \int_0^3 (5x^2 + x) dx + \int_3^1 (5x^2 + x) dx$$

$$(2) \int_{-2}^1 (-2x^2 + 7) dx + \int_1^2 (-2x^2 + 7) dx$$

$$(3) \int_{-1}^1 (-3x^2 + 5) dx - \int_0^1 (-3x^2 + 5) dx$$

$$(4) \int_{-1}^3 (x^2 + 4x) dx - \int_2^3 (x^2 + 4x) dx$$

練習 2. 次の等式を満たす関数 $f(x)$ を求めよ。

$$(1) f(x) = 5x + 2 \int_0^2 f(t) dt \qquad (2) f(x) = -x + \int_0^3 f(t) dt$$

$$(3) f(x) = -2x^2 + \int_{-1}^1 f(t) dt \qquad (4) f(x) = 2x^2 + 3 \int_0^1 f(t) dt$$

練習 3. 次の問いに答えよ。

$$(1) x \text{ の関数 } \int_2^x (5t^2 - 2t + 3) dt \text{ の導関数を求めよ。}$$

$$(2) x \text{ の関数 } \int_{-1}^x (-t^3 + t - 7) dt \text{ の導関数を求めよ。}$$

練習 4. 次の等式を満たす関数 $f(x)$ と定数 a の値を求めよ。

$$(1) \int_a^x f(t) dt = x^2 - 5x + 6 \qquad (2) \int_a^x f(t) dt = x^2 + 3x - 10$$

解答

問題 1.

(1) $\frac{46}{3}$ (2) -2 (3) $-\frac{22}{3}$ (4) 0

問題 2.

(1) $f(x) = 3x - 2$ (2) $f(x) = -2x - 2$ (3) $f(x) = -x^2 + \frac{16}{9}$ (4) $f(x) = 4x^2 - \frac{64}{9}$

問題 3.

(1) $4x^3 + x^2 - 1$ (2) $-2x^2 + 3x + 4$

問題 4.

(1) $f(x) = 2x + 5, a = -4, -1$ (2) $f(x) = 2x - 2, a = -2, 4$

練習 1.

(1) $\frac{13}{3}$ (2) $\frac{52}{3}$ (3) 4 (4) 9

練習 2.

(1) $f(x) = 5x - \frac{20}{3}$ (2) $f(x) = -x + \frac{9}{4}$ (3) $f(x) = -2x^2 + \frac{4}{3}$ (4) $f(x) = 2x^2 - 1$

練習 3.

(1) $5x^2 - 2x + 3$ (2) $-x^3 + x - 7$

練習 4.

(1) $f(x) = 2x - 5, a = 2, 3$ (2) $f(x) = 2x + 3, a = -5, 2$