

問題

問題 1. $x > y$ のとき, 次の不等式を証明せよ。

(1) $2x - 5y > x - 4y$

(2) $4x + 2y > 3x + 3y$

問題 2. 次の問いに答えよ。

(1) $x > 1, y > 3$ のとき, 次の不等式を証明せよ。

$$xy + 3 > 3x + y$$

(2) $x > 2, y > 2$ のとき, 次の不等式を証明せよ。

$$xy + 4 > 2x + 2y$$

問題 3. 次の不等式を証明せよ。また, 等号が成り立つときを調べよ。

(1) $x^2 + 4y^2 \geq 4xy$

(2) $a^2 + 25b^2 \geq 10ab$

(3) $(a + 2b)^2 \geq 8ab$

(4) $(x - 2y)^2 \geq y(2x - 5y)$

(5) $x^2 + 2y^2 \geq 2xy$

(6) $a^2 + 10b^2 \geq 6ab$

(7) $2a^2 + b^2 \geq 2ab$

(8) $2x^2 + 49y^2 \geq 14xy$

(9) $x^2 - 3xy + 3y^2 \geq 0$

(10) $a^2 - ab + 2b^2 \geq 0$

練習

練習 1. $x > y$ のとき, 次の不等式を証明せよ。

(1) $6x - 3y > 5x - 2y$

(2) $2x + 4y > x + 5y$

練習 2. 次の問いに答えよ。

(1) $x > 2, y > 1$ のとき, 次の不等式を証明せよ。

$$xy + 2 > x + 2y$$

(2) $x > 3, y > 2$ のとき, 次の不等式を証明せよ。

$$xy + 6 > 2x + 3y$$

練習 3. 次の不等式を証明せよ。また, 等号が成り立つときを調べよ。

(1) $x^2 + 16y^2 \geq 8xy$

(2) $a^2 + 9b^2 \geq 6ab$

(3) $(a + 3b)^2 \geq 12ab$

(4) $(x - y)^2 \geq y(2x - 3y)$

(5) $x^2 + 26y^2 \geq 10xy$

(6) $a^2 + 17b^2 \geq 8ab$

(7) $2a^2 + 9b^2 \geq 6ab$

(8) $2x^2 + 25y^2 \geq 10xy$

(9) $x^2 - xy + 3y^2 \geq 0$

(10) $a^2 - 5ab + 7b^2 \geq 0$