

問題

問題 1. $a > 0, b > 0, x > 0$ のとき, 次の不等式を証明せよ。

(1) $\sqrt{5a} + \sqrt{b} > \sqrt{5a + b}$

(2) $2\sqrt{a} + \sqrt{3b} > \sqrt{4a + 3b}$

(3) $2 + x > 2\sqrt{1 + x}$

(4) $1 + 3x > \sqrt{1 + 6x}$

問題 2. 次の不等式を証明せよ。また, 等号が成り立つときを調べよ。

(1) $2|a| + |b| \geq |2a + b|$

(2) $|a| + 4|b| \geq |a - 4b|$

問題 3. $a > 0, b > 0, x > 0$ のとき, 次の不等式を証明せよ。また, 等号が成り立つときを調べよ。

(1) $a + \frac{16}{a} \geq 8$

(2) $a + \frac{25}{a} \geq 10$

(3) $\frac{a}{b} + \frac{9b}{a} \geq 6$

(4) $\frac{a}{2b} + \frac{2b}{a} \geq 2$

練習

練習 1. $a > 0, b > 0, x > 0$ のとき, 次の不等式を証明せよ。

(1) $\sqrt{3a} + \sqrt{b} > \sqrt{3a+b}$

(2) $\sqrt{3a} + \sqrt{2b} > \sqrt{3a+2b}$

(3) $3+x > \sqrt{9+6x}$

(4) $3+2x > \sqrt{9+12x}$

練習 2. 次の不等式を証明せよ。また, 等号が成り立つときを調べよ。

(1) $|a| + 2|b| \geq |a+2b|$

(2) $3|a| + |b| \geq |3a-b|$

練習 3. $a > 0, b > 0, x > 0$ のとき, 次の不等式を証明せよ。また, 等号が成り立つときを調べよ。

(1) $a + \frac{36}{a} \geq 12$

(2) $a + \frac{9}{a} \geq 6$

(3) $\frac{a}{2b} + \frac{8b}{a} \geq 4$

(4) $\frac{a}{b} + \frac{4b}{a} \geq 4$