

問題

問題 1. 次の問いに答えよ。

(1) 次の等式を証明せよ。

① $(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$

② $a^2 + (a - 2b)^2 = 2(a - b)^2 + 2b^2$

③ $x^2 - 2xy + y^2 = (x + y)^2 - 4xy$

(2) 次の等式を証明せよ。

① $(x - 3)^2 + 4x = (x + 1)(x - 3) + 12$

② $(x + 1)(x^2 - x + 1) = x^3 + 1$

③ $x^4 + 4 = (x^2 + 2x + 2)(x^2 - 2x + 2)$

問題 2. 次の問いに答えよ。

(1) $a + b + c = 0$ のとき, 次の等式を証明せよ。

$$a^2b - bc^2 = b^2c - ab^2$$

(2) $a + b = 1$ のとき, 次の等式を証明せよ。

$$a^3 + a^2b + 1 = a^2 + a + b$$

(3) $a + b + 2 = 0$ のとき, 次の等式を証明せよ。

$$a(a + b) = 2(b + 2)$$

(4) $a + b + c = 0$ のとき, 次の等式を証明せよ。

$$ab(a + b) - bc(b + c) - ca(c + a) = abc$$

問題 3. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ のとき, 次の等式を証明せよ。

(1) $\frac{a + c}{b + d} = \frac{a + 2c}{b + 2d}$

(2) $\frac{a - c}{b - d} = \frac{2a - c}{2b - d}$

(3) $\frac{a^2 + c^2}{b^2 + d^2} = \frac{3a^2 - c^2}{3b^2 - d^2}$

(4) $\frac{a^2 - c^2}{b^2 - d^2} = \frac{a^2 + 4c^2}{b^2 + 4d^2}$

練習

練習 1. 次の問いに答えよ。

(1) 次の等式を証明せよ。

① $(a + b)^3 + (a - b)^3 = 2a^3 + 6ab^2$

② $a^2 - a(a + b) = b^2 - b(a + b)$

③ $x^4 + y^4 = (x^2 + y^2)^2 - 2x^2y^2$

(2) 次の等式を証明せよ。

① $2a^2 - 6ab + 9b^2 = a^2 + (a - 3b)^2$

② $(x - y)^2 - (y - z)^2 = x^2 - 2xy + 2yz + z^2$

③ $x(x + 2) + 2(x + 2) = (x + 2)^2$

練習 2. 次の問いに答えよ。

(1) $a + b + c = 0$ のとき, 次の等式を証明せよ。

$$a^2 - bc = c^2 - ab$$

(2) $a + b + 1 = 0$ のとき, 次の等式を証明せよ。

$$a^2b - a = a^2 - ab^2$$

(3) $a - b - 1 = 0$ のとき, 次の等式を証明せよ。

$$ab(a - b) + b(b + 1) + a(a - 1) - 3ab = 0$$

(4) $a + b + c = 0$ のとき, 次の等式を証明せよ。

$$a(a + b) = c(b + c)$$

練習 3. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ のとき, 次の等式を証明せよ。

(1) $\frac{a - c}{b - d} = \frac{a + 4c}{b + 4d}$

(2) $\frac{a + c}{b + d} = \frac{5a - 2c}{5b - 2d}$

(3) $\frac{a^2 + c^2}{b^2 + d^2} = \frac{2a^2 + 3c^2}{2b^2 + 3d^2}$

(4) $\frac{a^2 - c^2}{b^2 - d^2} = \frac{4a^2 - c^2}{4b^2 - d^2}$