問題

問題 1. 次の問いに答えよ。

(1) △ OAB において、辺 OA を 1 : 2 に内分する点を C、辺 OB を 2 : 1 に内分する点を D、辺 AB を 1 : 2 に内分する点を E とし、線分 BC と線分 ED の交点を P とする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}, \overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$ とするとき、$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{a}, \vec{b}$ を用いて表せ。

(2) △ OAB において、辺 OA を 3 : 2 に内分する点を C、辺 OB を 1 : 4 に内分する点を D、辺 AB を 3 : 2 に内分する点を E とし、線分 AD と線分 CE の交点を P とする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}, \overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$ とするとき、$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{a}, \vec{b}$ を用いて表せ。

問題 2. 次の問いに答えよ。

(1) △ OAB において、辺 OA を 1 : 2 に内分する点を C, 辺 AB を 2 : 1 に内分する点を D とする。また、線分 OD と線分 BC の交点を P とする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a},\ \overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$ とするとき、$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{a},\ \vec{b}$ を用いて表せ。

(2) △ OAB において、辺 OA を 2 : 1 に内分する点を C, 辺 AB を 2 : 1 に内分する点を D とする。また、線分 OD と線分 BC の交点を P とする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a},\ \overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$ とするとき、$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{a},\ \vec{b}$ を用いて表せ。

問題 3. 次の問いに答えよ。

(1) △ ABC と点 P に対して、等式 $3\overrightarrow{\mathrm{AP}} + 4\overrightarrow{\mathrm{BP}} + 5\overrightarrow{\mathrm{CP}} = \vec{0}$ が成り立つ。直線 AP と辺 BC の交点を D とするとき、次のものを求めよ。

① $BD : DC$　　② $AP : PD$

③ 面積比 $\triangle PBC : \triangle PCA : \triangle PAB$

(2) △ ABC と点 P に対して、等式 $2\overrightarrow{\mathrm{AP}} + 5\overrightarrow{\mathrm{BP}} + 7\overrightarrow{\mathrm{CP}} = \vec{0}$ が成り立つ。直線 AP と辺 BC の交点を D とするとき、次のものを求めよ。

① $BD : DC$　　② $AP : PD$

③ 面積比 $\triangle PBC : \triangle PCA : \triangle PAB$

練習

練習 1. 次の問いに答えよ。

(1) △ OAB において、辺 OA を 1 : 3 に内分する点を C、辺 OB を 3 : 2 に内分する点を D、辺 AB の中点を E とし、線分 BC と線分 ED の交点を P とする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}, \overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$ とするとき、$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{a}, \vec{b}$ を用いて表せ。

(2) △ OAB において、辺 OA を 1 : 2 に内分する点を C、辺 OB の中点を D、辺 AB を 2 : 3 に内分する点を E とし、線分 BC と線分 ED の交点を P とする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}, \overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$ とするとき、$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{a}, \vec{b}$ を用いて表せ。

練習 2. 次の問いに答えよ。

(1) △ OAB において、辺 OA を 2 : 1 に内分する点を C, 辺 AB を 2 : 3 に内分する点を D とする。また、線分 OD と線分 BC の交点を P とする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a},\ \overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$ とするとき、$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{a},\ \vec{b}$ を用いて表せ。

(2) △ OAB において、辺 OA を 3 : 1 に内分する点を C, 辺 AB を 1 : 3 に内分する点を D とする。また、線分 OD と線分 BC の交点を P とする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a},\ \overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$ とするとき、$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{a},\ \vec{b}$ を用いて表せ。

練習 3. 次の問いに答えよ。

(1) △ ABC と点 P に対して、等式 $\overrightarrow{\mathrm{AP}} + 3\overrightarrow{\mathrm{BP}} + 4\overrightarrow{\mathrm{CP}} = \vec{0}$ が成り立つ。直線 AP と辺 BC の交点を D とするとき、次のものを求めよ。

① $BD : DC$　　② $AP : PD$

③ 面積比 $\triangle PBC : \triangle PCA : \triangle PAB$

(2) △ ABC と点 P に対して、等式 $2\overrightarrow{\mathrm{AP}} + 7\overrightarrow{\mathrm{BP}} + 8\overrightarrow{\mathrm{CP}} = \vec{0}$ が成り立つ。直線 AP と辺 BC の交点を D とするとき、次のものを求めよ。

① $BD : DC$　　② $AP : PD$

③ 面積比 $\triangle PBC : \triangle PCA : \triangle PAB$

解答

問題 1.

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \frac{2}{15}\vec{a} + \frac{3}{5}\vec{b}$　(2) $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \frac{4}{7}\vec{a} + \frac{3}{35}\vec{b}$

問題 2.

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \frac{1}{5}\vec{a} + \frac{2}{5}\vec{b}$　(2) $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \frac{2}{7}\vec{a} + \frac{4}{7}\vec{b}$

問題 3.

(1) ① $BD : DC = 5 : 4$　② $AP : PD = 3 : 1$

③ $\triangle PBC : \triangle PCA : \triangle PAB = 3 : 4 : 5$

(2) ① $BD : DC = 7 : 5$　② $AP : PD = 6 : 1$

③ $\triangle PBC : \triangle PCA : \triangle PAB = 2 : 5 : 7$

練習 1.

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \frac{5}{11}\vec{a} + \frac{9}{22}\vec{b}$　(2) $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \frac{3}{17}\vec{a} + \frac{3}{17}\vec{b}$

練習 2.

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \frac{6}{13}\vec{a} + \frac{4}{13}\vec{b}$　(2) $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \frac{3}{5}\vec{a} + \frac{1}{5}\vec{b}$

練習 3.

(1) ① $BD : DC = 4 : 3$　② $AP : PD = 7 : 1$

③ $\triangle PBC : \triangle PCA : \triangle PAB = 1 : 3 : 4$

(2) ① $BD : DC = 8 : 7$　② $AP : PD = 15 : 2$

③ $\triangle PBC : \triangle PCA : \triangle PAB = 2 : 7 : 8$