

## 問題

問題 1. 2点  $A(\vec{a}), B(\vec{b})$  を結ぶ線分  $AB$  に対して、次のような点の位置ベクトルを求めよ。

(1)  $1:2$  に内分する点

(2)  $5:2$  に内分する点

(3)  $3:1$  に外分する点

(4)  $3:4$  に外分する点

問題 2. 次の問いに答えよ。

(1) 3点  $A(\vec{a}), B(\vec{b}), C(\vec{c})$  を頂点とする  $\triangle ABC$  において、辺  $BC, CA, AB$  を  $1:2$  に内分する点を、それぞれ  $P, Q, R$  とする。また、 $\triangle ABC$  の重心を  $G(\vec{g})$ 、 $\triangle PQR$  の重心を  $G'(\vec{g}')$  とする。

①  $\vec{g}' = \vec{g}$  が成り立つことを示せ。

② 等式  $\vec{AP} + \vec{BQ} + \vec{CR} = \vec{0}$  が成り立つことを示せ。

(2) 3点  $A(\vec{a}), B(\vec{b}), C(\vec{c})$  を頂点とする  $\triangle ABC$  において、辺  $BC, CA, AB$  を  $3:1$  に内分する点を、それぞれ  $P, Q, R$  とする。また、 $\triangle ABC$  の重心を  $G(\vec{g})$ 、 $\triangle PQR$  の重心を  $G'(\vec{g}')$  とする。

①  $\vec{g}' = \vec{g}$  が成り立つことを示せ。

② 等式  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$  が成り立つことを示せ。

## 練習

練習 1. 2点  $A(\vec{a}), B(\vec{b})$  を結ぶ線分  $AB$  に対して、次のような点の位置ベクトルを求めよ。

(1)  $1:3$  に内分する点

(2)  $4:3$  に内分する点

(3)  $5:2$  に外分する点

(4)  $1:6$  に外分する点

練習 2. 次の問いに答えよ。

(1) 3点  $A(\vec{a}), B(\vec{b}), C(\vec{c})$  を頂点とする  $\triangle ABC$  において、辺  $BC, CA, AB$  を  $1:3$  に内分する点を、それぞれ  $P, Q, R$  とする。また、 $\triangle ABC$  の重心を  $G(\vec{g})$ 、 $\triangle PQR$  の重心を  $G'(\vec{g}')$  とする。

①  $\vec{g}' = \vec{g}$  が成り立つことを示せ。

② 等式  $\vec{AP} + \vec{BQ} + \vec{CR} = \vec{0}$  が成り立つことを示せ。

(2) 3点  $A(\vec{a}), B(\vec{b}), C(\vec{c})$  を頂点とする  $\triangle ABC$  において、辺  $BC, CA, AB$  を  $3:2$  に内分する点を、それぞれ  $P, Q, R$  とする。また、 $\triangle ABC$  の重心を  $G(\vec{g})$ 、 $\triangle PQR$  の重心を  $G'(\vec{g}')$  とする。

①  $\vec{g}' = \vec{g}$  が成り立つことを示せ。

② 等式  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$  が成り立つことを示せ。

# 解答

問題 1.

$$(1) \frac{2\vec{a} + \vec{b}}{3} \quad (2) \frac{2\vec{a} + 5\vec{b}}{7} \quad (3) \frac{-\vec{a} + 3\vec{b}}{2} \quad (4) 4\vec{a} - 3\vec{b}$$

問題 2.

証明は省略

練習 1.

$$(1) \frac{3\vec{a} + \vec{b}}{4} \quad (2) \frac{3\vec{a} + 4\vec{b}}{7} \quad (3) \frac{-2\vec{a} + 5\vec{b}}{3} \quad (4) \frac{6\vec{a} - \vec{b}}{5}$$

練習 2.

証明は省略