問題

問題 1. 次の問いに答えよ。

(1) 四面体 OABC において、辺 OA の中点を M, 辺 BC を 2 : 1 に内分する点を N とし、線分 MN を 1 : 3 に内分する点を P とする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}, \overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}, \overrightarrow{\mathrm{OC}} = \vec{c}$ とするとき、$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて表せ。

(2) 四面体 OABC において、辺 OA を 1 : 2 に内分する点を M, 辺 BC の中点を N とし、線分 MN を 2 : 1 に内分する点を P とする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}, \overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}, \overrightarrow{\mathrm{OC}} = \vec{c}$ とするとき、$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて表せ。

問題 2. 次の問いに答えよ。

(1) 3 点 A$(1, 4, 5)$,B$(1, 0, 3)$,C$(2, 1, 0)$ の定める平面 ABC 上に点 P$(3, 6, z)$ があるとき、z の値を求めよ。

(2) 3 点 A$(2, -1, 3)$,B$(-1, 3, 0)$,C$(3, 0, -1)$ の定める平面 ABC 上に点 P$(0, y, -4)$ があるとき、y の値を求めよ。

問題 3. 次の問いに答えよ。

(1) 直方体 OADB-CEGF において、辺 FG の中点を M とし、直線 OM と平面 ABC の交点を P とする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}, \overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}, \overrightarrow{\mathrm{OC}} = \vec{c}$ とするとき、$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて表せ。

(2) 四面体 OABC において、辺 OA の中点を M, 辺 BC を 2 : 1 に内分する点を N とし、線分 MN の中点を R とし、直線 OR と平面 ABC の交点を P とする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}, \overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}, \overrightarrow{\mathrm{OC}} = \vec{c}$ とするとき、$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて表せ。

練習

練習 1. 次の問いに答えよ。

(1) 四面体 OABC において、辺 OA を 3 : 1 に内分する点を M, 辺 BC を 1 : 2 に内分する点を N とし、線分 MN を 2 : 1 に内分する点を P とする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}, \overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}, \overrightarrow{\mathrm{OC}} = \vec{c}$ とするとき、$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて表せ。

(2) 四面体 OABC において、辺 OA の中点を M, 辺 BC を 2 : 1 に内分する点を N とし、線分 MN の中点を P とする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}, \overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}, \overrightarrow{\mathrm{OC}} = \vec{c}$ とするとき、$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて表せ。

練習 2. 次の問いに答えよ。

(1) 3 点 A$(-1, 3, 0)$,B$(2, 2, 1)$,C$(0, 1, 6)$ の定める平面 ABC 上に点 P$(x, 3, 4)$ があるとき、x の値を求めよ。

(2) 3 点 A$(4, 2, 1)$,B$(3, 0, -1)$,C$(2, -1, 0)$ の定める平面 ABC 上に点 P$(7, 5, z)$ があるとき、z の値を求めよ。

練習 3. 次の問いに答えよ。

(1) 直方体 OADB-CEGF において、辺 GD を 1 : 2 に内分する点を M とし、直線 OM と平面 ABC の交点を P とする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}, \overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}, \overrightarrow{\mathrm{OC}} = \vec{c}$ とするとき、$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて表せ。

(2) 四面体 OABC において、辺 OA を 1 : 2 に内分する点を M, 辺 BC の中点を N とし、線分 MN を 2 : 1 に内分する点を R とし、直線 OR と平面 ABC の交点を P とする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}, \overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}, \overrightarrow{\mathrm{OC}} = \vec{c}$ とするとき、$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて表せ。

解答

問題 1.

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \dfrac{3}{8}\vec{a} + \dfrac{1}{12}\vec{b} + \dfrac{1}{6}\vec{c}$ (2) $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \dfrac{1}{9}\vec{a} + \dfrac{1}{3}\vec{b} + \dfrac{1}{3}\vec{c}$

問題 2.

(1) $z = -1$ (2) $y = 4$

問題 3.

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \dfrac{1}{5}\vec{a} + \dfrac{2}{5}\vec{b} + \dfrac{2}{5}\vec{c}$ (2) $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \dfrac{1}{3}\vec{a} + \dfrac{2}{9}\vec{b} + \dfrac{4}{9}\vec{c}$

練習 1.

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \dfrac{1}{4}\vec{a} + \dfrac{4}{9}\vec{b} + \dfrac{2}{9}\vec{c}$ (2) $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \dfrac{1}{4}\vec{a} + \dfrac{1}{6}\vec{b} + \dfrac{1}{3}\vec{c}$

練習 2.

(1) $x = -6$ (2) $z = -2$

練習 3.

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \dfrac{3}{8}\vec{a} + \dfrac{3}{8}\vec{b} + \dfrac{1}{4}\vec{c}$ (2) $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \dfrac{1}{7}\vec{a} + \dfrac{3}{7}\vec{b} + \dfrac{3}{7}\vec{c}$