問題

問題 1. 次の問いに答えよ。

(1) 3 点 $A(1,4,5)$,$B(1,0,3)$,$C(2,1,0)$ の定める平面 ABC 上に点 $P(3,6,z)$ があるとき、z の値を求めよ。

(2) 3 点 $A(2,-1,3)$,$B(-1,3,0)$,$C(3,0,-1)$ の定める平面 ABC 上に点 $P(0,y,-4)$ があるとき、y の値を求めよ。

問題 2. 次の問いに答えよ。

(1) 直方体 OADB-CEGF において、辺 FG の中点を M とし、直線 OM と平面 ABC の交点を P とする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a},\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b},\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とするとき、$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ を用いて表せ。

(2) 直方体 OADB-CEGF において、辺 DG の G を越える延長線上に 2DG=GH となるように点 H をとり、直線 OH と平面 ABC の交点を P とする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a},\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b},\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とするとき、$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ を用いて表せ。

(3) 四面体 OABC において、辺 OA の中点を M, 辺 BC を 2: 1 に内分する点を N とし、線分 MN を 1 : 3 に内分する点を R とし、直線 OR と平面 ABC の交点を P とする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a},\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b},\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とするとき、$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ を用いて表せ。

(4) 四面体 OABC において、辺 OA を 3 : 1 に内分する点を M, 辺 BC を 1: 2 に内分する点を N とし、線分 MN の中点を R とし、直線 OR と平面 ABC の交点を P とする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a},\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b},\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とするとき、$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ を用いて表せ。

練習

練習 1．次の問いに答えよ。

(1) 3 点 $A(-1,3,0)$,$B(2,2,1)$,$C(0,1,6)$ の定める平面 ABC 上に点 $P(x,3,4)$ があるとき、x の値を求めよ。

(2) 3 点 $A(4,2,1)$,$B(3,0,-1)$,$C(2,-1,0)$ の定める平面 ABC 上に点 $P(7,5,z)$ があるとき、z の値を求めよ。

練習 2．次の問いに答えよ。

(1) 直方体 OADB-CEGF において、辺 GD を 1: 2 に内分する点を H とし、直線 OH と平面 ABC の交点を P とする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a},\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b},\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とするとき、$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ を用いて表せ。

(2) 直方体 OADB-CEGF において、辺 FG の G を越える延長線上に FG=GH となるように点 H をとり、直線 OH と平面 ABC の交点を P とする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a},\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b},\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とするとき、$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ を用いて表せ。

(3) 四面体 OABC において、辺 OA を 1: 2 に内分する点を M, 辺 BC の中点を N とし、線分 MN を 2: 1 に内分する点を R とし、直線 OR と平面 ABC の交点を P とする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a},\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b},\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とするとき、$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ を用いて表せ。

(4) 四面体 OABC において、辺 OA を 1: 3 に内分する点を M, 辺 BC を 2: 1 に内分する点を N とし、線分 MN の中点を R とし、直線 OR と平面 ABC の交点を P とする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a},\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b},\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とするとき、$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ を用いて表せ。

解答

問題 1.

(1) $z=-1$　(2) $y=4$

問題 2.

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\frac{1}{5}\vec{a}+\frac{2}{5}\vec{b}+\frac{2}{5}\vec{c}$　(2) $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\frac{1}{5}\vec{a}+\frac{1}{5}\vec{b}+\frac{3}{5}\vec{c}$

(3) $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\frac{3}{5}\vec{a}+\frac{2}{15}\vec{b}+\frac{4}{15}\vec{c}$　(4) $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\frac{3}{7}\vec{a}+\frac{8}{21}\vec{b}+\frac{4}{21}\vec{c}$

練習 1.

(1) $x=-6$　(2) $z=-2$

練習 2.

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\frac{3}{8}\vec{a}+\frac{3}{8}\vec{b}+\frac{1}{4}\vec{c}$　(2) $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{4}\vec{b}+\frac{1}{4}\vec{c}$

(3) $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\frac{1}{7}\vec{a}+\frac{3}{7}\vec{b}+\frac{3}{7}\vec{c}$　(4) $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\frac{1}{5}\vec{a}+\frac{4}{15}\vec{b}+\frac{8}{15}\vec{c}$