

問題

問題 1. 次の和を求めよ。

$$(1) S = \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \cdots + \frac{1}{(n+2)(n+3)}$$

$$(2) S = \frac{1}{1 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 13} + \cdots + \frac{1}{(4n-3)(4n+1)}$$

問題 2. 次の和を求めよ。

$$(1) S = 1 \cdot 1 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 4^2 + \cdots + n \cdot 4^{n-1}$$

$$(2) S = 1 \cdot 1 + 2 \cdot 6 + 3 \cdot 6^2 + \cdots + n \cdot 6^{n-1}$$

問題 3. 次の問いに答えよ。

(1) 正の奇数の列を、次のような群に分ける。ただし、第 n 群には n 個の数が入るものとする。

$$1 \mid 3, 5 \mid 7, 9, 11 \mid 13, 15, 17, 19 \mid 21, \dots$$

① 第 n 群の最初の数を n の式で表せ。 ② 第 12 群目に入るすべての数の和を求めよ。

(2) 正の偶数の列を、次のような群に分ける。ただし、第 n 群には n 個の数が入るものとする。

$$2 \mid 4, 6 \mid 8, 10, 12 \mid 14, 16, 18, 20 \mid 22, \dots$$

① 第 n 群の最初の数を n の式で表せ。 ② 第 8 群目に入るすべての数の和を求めよ。

練習

練習 1. 次の和を求めよ。

$$(1) S = \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \cdots + \frac{1}{(n+1)(n+2)}$$

$$(2) S = \frac{1}{2 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 8} + \frac{1}{8 \cdot 11} + \cdots + \frac{1}{(3n-1)(3n+2)}$$

練習 2. 次の和を求めよ。

$$(1) S = 1 \cdot 1 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 5^2 + \cdots + n \cdot 5^{n-1}$$

$$(2) S = 1 \cdot 1 + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 7^2 + \cdots + n \cdot 7^{n-1}$$

練習 3. 次の問いに答えよ。

(1) 正の奇数の列を、次のような群に分ける。ただし、第 n 群には n 個の数が入るものとする。

$$1 \mid 3, 5 \mid 7, 9, 11 \mid 13, 15, 17, 19 \mid 21, \dots$$

① 第 n 群の最初の数を n の式で表せ。 ② 第 11 群目に入るすべての数の和を求めよ。

(2) 正の偶数の列を、次のような群に分ける。ただし、第 n 群には n 個の数が入るものとする。

$$2 \mid 4, 6 \mid 8, 10, 12 \mid 14, 16, 18, 20 \mid 22, \dots$$

① 第 n 群の最初の数を n の式で表せ。 ② 第 9 群目に入るすべての数の和を求めよ。

解答

問題 1.

$$(1) S = \frac{n}{3(n+3)} \quad (2) S = \frac{n}{4n+1}$$

問題 2.

$$(1) S = \frac{(3n-1) \cdot 4^n + 1}{9} \quad (2) S = \frac{(5n-1) \cdot 6^n + 1}{25}$$

問題 3.

$$(1) \textcircled{1} n^2 - n + 1 \quad \textcircled{2} 1728 \quad (2) \textcircled{1} n^2 - n + 2 \quad \textcircled{2} 520$$

練習 1.

$$(1) S = \frac{n}{2(n+2)} \quad (2) S = \frac{n}{2(3n+2)}$$

練習 2.

$$(1) S = \frac{(4n-1) \cdot 5^n + 1}{16} \quad (2) S = \frac{(6n-1) \cdot 7^n + 1}{36}$$

練習 3.

$$(1) \textcircled{1} n^2 - n + 1 \quad \textcircled{2} 1331 \quad (2) \textcircled{1} n^2 - n + 2 \quad \textcircled{2} 738$$