

問題

問題 1. 次の問いに答えよ。

(1) $\alpha = 1 + 4i, \beta = 5 + 2i$ とする。点 β を、点 α を中心として $\frac{\pi}{4}$ だけ回転した点を表す複素数 γ を求めよ。

(2) $\alpha = 3 + 2\sqrt{3}i, \beta = -2 + \sqrt{3}i$ とする。点 β を、点 α を中心として $\frac{\pi}{3}$ だけ回転した点を表す複素数 γ を求めよ。

問題 2. 次の問いに答えよ。

(1) 3 点 $A(2), B(7 + \sqrt{3}i), C(4 + 6\sqrt{3}i)$ に対して、半直線 AB から半直線 AC までの回転角 θ を求めよ。ただし、 $-\pi < \theta \leq \pi$ とする。

(2) 3 点 $A(5), B(3i), C(7 - 8i)$ に対して、半直線 AB から半直線 AC までの回転角 θ を求めよ。ただし、 $-\pi < \theta \leq \pi$ とする。

問題 3. 次の問いに答えよ。

(1) 3 点 $A(2i), B(1 + 3i), C(x + 4i)$ について、2 直線 AB, AC が直角に交わるように、実数 x の値を定めよ。また、3 点 A, B, C が一直線上にあるように、実数 x の値を定めよ。

(2) 3 点 $A(3i), B(3 + 2i), C(x)$ について、2 直線 AB, AC が直角に交わるように、実数 x の値を定めよ。また、3 点 A, B, C が一直線上にあるように、実数 x の値を定めよ。

問題 4. 次の問いに答えよ。

(1) 3 点 $A(\alpha), B(\beta), C(\gamma)$ を頂点とする $\triangle ABC$ について、等式 $\gamma = -i\alpha + (1 + i)\beta$ が成り立つとき、次のものを求めよ。

① 複素数 $\frac{\gamma - \alpha}{\beta - \alpha}$

② $\triangle ABC$ の 3 つの角の大きさ

(2) 3 点 $A(\alpha), B(\beta), C(\gamma)$ を頂点とする $\triangle ABC$ について、等式 $2\gamma = (1 - \sqrt{3}i)\alpha + (1 + \sqrt{3}i)\beta$ が成り立つとき、次のものを求めよ。

① 複素数 $\frac{\gamma - \alpha}{\beta - \alpha}$

② $\triangle ABC$ の 3 つの角の大きさ

練習

練習 1. 次の問いに答えよ。

(1) $\alpha = 3 - 6i, \beta = 5 - 4i$ とする。点 β を, 点 α を中心として $\frac{\pi}{3}$ だけ回転した点を表す複素数 γ を求めよ。

(2) $\alpha = 2 + 5\sqrt{3}i, \beta = 6 - \sqrt{3}i$ とする。点 β を, 点 α を中心として $\frac{\pi}{6}$ だけ回転した点を表す複素数 γ を求めよ。

練習 2. 次の問いに答えよ。

(1) 3 点 $A(2 + i), B(5 + 2i), C(4 + 5i)$ に対して, 半直線 AB から半直線 AC までの回転角 θ を求めよ。ただし, $-\pi < \theta \leq \pi$ とする。

(2) 3 点 $A(4), B(2 + \sqrt{3}i), C(\sqrt{3} + 4 - 5i)$ に対して, 半直線 AB から半直線 AC までの回転角 θ を求めよ。ただし, $-\pi < \theta \leq \pi$ とする。

練習 3. 次の問いに答えよ。

(1) 3 点 $A(-3i), B(3 - 2i), C(x + 3i)$ について, 2 直線 AB, AC が直角に交わるように, 実数 x の値を定めよ。また, 3 点 A, B, C が一直線上にあるように, 実数 x の値を定めよ。

(2) 3 点 $A(2i), B(2 + i), C(x + 6i)$ について, 2 直線 AB, AC が直角に交わるように, 実数 x の値を定めよ。また, 3 点 A, B, C が一直線上にあるように, 実数 x の値を定めよ。

練習 4. 次の問いに答えよ。

(1) 3 点 $A(\alpha), B(\beta), C(\gamma)$ を頂点とする $\triangle ABC$ について, 等式 $2\gamma = (3 - \sqrt{3}i)\alpha + (-1 + \sqrt{3}i)\beta$ が成り立つとき, 次のものを求めよ。

① 複素数 $\frac{\gamma - \alpha}{\beta - \alpha}$

② $\triangle ABC$ の 3 つの角の大きさ

(2) 3 点 $A(\alpha), B(\beta), C(\gamma)$ を頂点とする $\triangle ABC$ について, 等式 $\gamma = (1 - \sqrt{3}i)\alpha + \sqrt{3}i\beta$ が成り立つとき, 次のものを求めよ。

① 複素数 $\frac{\gamma - \alpha}{\beta - \alpha}$

② $\triangle ABC$ の 3 つの角の大きさ

解答

問題 1.

$$(1) \gamma = (3\sqrt{2} + 1) + (\sqrt{2} + 4)i \quad (2) \gamma = 2 - \sqrt{3}i$$

問題 2.

$$(1) \theta = \frac{\pi}{3} \quad (2) \theta = \frac{3}{4}\pi$$

問題 3.

$$(1) \text{直角 } x = -2, \text{一直線上 } x = 2 \quad (2) \text{直角 } x = -1, \text{一直線上 } x = 9$$

問題 4.

$$(1) \textcircled{1} 1 + i \quad \textcircled{2} \angle A = \frac{\pi}{4}, \angle B = \frac{\pi}{2}, \angle C = \frac{\pi}{4}$$

$$(2) \textcircled{1} \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \quad \textcircled{2} \angle A = \frac{\pi}{3}, \angle B = \frac{\pi}{3}, \angle C = \frac{\pi}{3}$$

練習 1.

$$(1) \gamma = (-\sqrt{3} + 4) + (\sqrt{3} - 5)i \quad (2) \gamma = (5\sqrt{3} + 2) + (5\sqrt{3} - 7)i$$

練習 2.

$$(1) \theta = \frac{\pi}{4} \quad (2) \theta = \frac{5}{6}\pi$$

練習 3.

$$(1) \text{直角 } x = -2, \text{一直線上 } x = 18 \quad (2) \text{直角 } x = 2, \text{一直線上 } x = -8$$

練習 4.

$$(1) \textcircled{1} -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \quad \textcircled{2} \angle A = \frac{2}{3}\pi, \angle B = \frac{\pi}{6}, \angle C = \frac{\pi}{6}$$

$$(2) \textcircled{1} \sqrt{3}i \quad \textcircled{2} \angle A = \frac{\pi}{2}, \angle B = \frac{\pi}{3}, \angle C = \frac{\pi}{6}$$