数学II　第6章　微分法と積分法　第2節　関数の値の変化　確認テスト

1. 次の関数の極値を求めよ。また、そのグラフをかけ。

(1) $y = x^3 - 3x^2 + 1$

(2) $y = -2x^3 + 9x^2 - 12x$

(3) $y = 3x^4 - 4x^3 + 3$

2. 関数 $f(x) = x^3 + ax + b$ が $x = 1$ で極小値 -1 をとるように、定数 a, b の値を求めよ。また、極大値を求めよ。

3. 関数 $f(x) = \dfrac{1}{3}x^3 - ax^2 + (2a+3)x + 2$ が極値をもつような、定数 a の値の範囲を求めよ。

4. 次の関数の最大値と最小値を求めよ。

(1) $y = -x^3 + 3x^2 - 2$ $(-2 \leqq x \leqq 3)$

(2) $y = x^3 + 3x^2 - 9x$ $(0 \leqq x \leqq 2)$

5. 方程式 $x^3 + 3x^2 + 1 - a = 0$ について、この方程式が実数解を 1 つもつように、定数 a の値の範囲を定めよ。

6. $x \geqq 0$ のとき、次の不等式が成り立つことを証明せよ。また、等号が成り立つときの x の値を求めよ。

$$x^3 - x^2 + 5 \geqq 2x^2 + 1$$

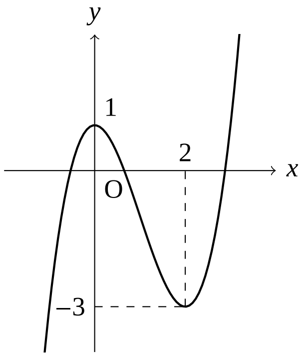
7. 曲線 $C : y = x^3 + 3x^2$ について、点 $A(0, a)$ を通る C の接線が 3 本存在するとき、a の値の範囲を求めよ。

数学 II　第 6 章　微分法と積分法　第 2 節　関数の値の変化　確認テスト　解答

1. 次の関数の極値を求めよ。また、そのグラフをかけ。

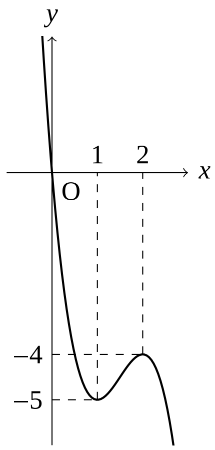
(1) $y = x^3 - 3x^2 + 1$

(解答) $x = 0$ で極大値 1、$x = 2$ で極小値 -3



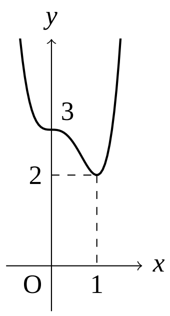
(2) $y = -2x^3 + 9x^2 - 12x$

(解答) $x = 2$ で極大値 -4、$x = 1$ で極小値 -5



(3) $y = 3x^4 - 4x^3 + 3$

(解答) $x = 1$ で極小値 2



2. 関数 $f(x) = x^3 + ax + b$ が $x = 1$ で極小値 -1 をとるように、定数 a, b の値を求めよ。また、極大値を求めよ。

(解答) $a = -3, b = 1$、$x = -1$ で極大値 3

3. 関数 $f(x) = \dfrac{1}{3}x^3 - ax^2 + (2a + 3)x + 2$ が極値をもつような、定数 a の値の範囲を求めよ。

(解答) $a < -1, 3 < a$

4. 次の関数の最大値と最小値を求めよ。

(1) $y = -x^3 + 3x^2 - 2$ $(-2 \leqq x \leqq 3)$

(解答) $x = -2$ で最大値 18、$x = 0, 3$ で最小値 -2

(2) $y = x^3 + 3x^2 - 9x$ $(0 \leqq x \leqq 2)$
(解答) $x = 2$ で最大値 2、$x = 1$ で最小値 -5

5. 方程式 $x^3 + 3x^2 + 1 - a = 0$ について、この方程式が実数解を 1 つもつように、定数 a の値の範囲を定めよ。
(解答) $a < 1, 5 < a$

6. $x \geqq 0$ のとき、次の不等式が成り立つことを証明せよ。また、等号が成り立つときの x の値を求めよ。

$$x^3 - x^2 + 5 \geqq 2x^2 + 1$$

(解答) 略

7. 曲線 C : $y = x^3 + 3x^2$ について、点 A$(0, a)$ を通る C の接線が 3 本存在するとき、a の値の範囲を求めよ。
(解答) $-1 < a < 0$