数学B　第1章　平面上のベクトル　第2節　ベクトルと平面図形　確認テスト

1. 2 点 $A(\vec{a}), B(\vec{b})$ を結ぶ線分 AB に対して、次のような点の位置ベクトルを求めよ。

(1) 5 : 2 に内分する点　　　(2) 4 : 3 に外分する点

(3) 2 : 7 に外分する点　　　(4) 中点

2. 平行四辺形 ABCD において、辺 CD を 1 : 3 に内分する点を E、対角線 BD を 4 : 3 に内分する点を F とする。このとき、3 点 A,F,E は一直線上にあることを証明せよ。

3. △ OAB において、辺 OA を 2 : 1 に内分する点を C, 辺 OB の中点を D とし、線分 AD と線分 BC の交点を P とする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a},\ \overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$ とするとき、$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{a},\ \vec{b}$ を用いて表せ。

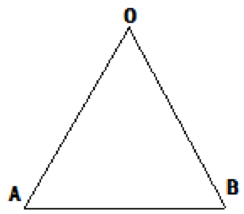
4. 次の直線の方程式を求めよ。

(1) 点 A(1, 2) を通り、ベクトル $\vec{d} = (-6, 2)$ に平行な直線

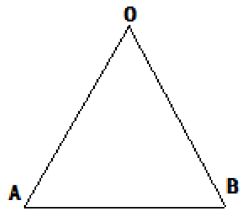
(2) 点 A(1, 2) を通り、ベクトル $\vec{n} = (1, -2)$ に垂直な直線

5. △ OAB において、次の式を満たす点 P の存在範囲を図示せよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = s\,\overrightarrow{\mathrm{OA}} + t\,\overrightarrow{\mathrm{OB}},\ s + t = 2, s \geqq 0, t \geqq 0$



(2) $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = s\,\overrightarrow{\mathrm{OA}} + t\,\overrightarrow{\mathrm{OB}},\ 0 \leqq s + t \leqq \frac{1}{2}, s \geqq 0, t \geqq 0$



6. △ OAB において、辺 OA を 1 : 2 に内分する点を C, 辺 AB を 2 : 1 に内分する点を D とする。また、線分 OD と線分 BC の交点を P とする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$ とするとき、$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$ を用いて表せ。

7. △ ABC と点 P に対して、等式 $2\overrightarrow{\mathrm{AP}} + 5\overrightarrow{\mathrm{BP}} + 7\overrightarrow{\mathrm{CP}} = \vec{0}$ が成り立つ。直線 AP と辺 BC の交点を D とするとき、次のものを求めよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$,$\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ を用いて表せ。

(2) 2 直線 AP,BC の交点を Q とするとき、$BQ : QC$ および $AP : PQ$ を求めよ。

(3) 面積比△ PBC : △ PCA : △ PAB を求めよ。

数学B　第1章　平面上のベクトル　第2節　ベクトルと平面図形　確認テスト 解答

1. 2 点 $A(\vec{a}), B(\vec{b})$ を結ぶ線分 AB に対して、次のような点の位置ベクトルを求めよ。

(1) 5 : 2 に内分する点
(解答) $\dfrac{2\vec{a}+5\vec{b}}{7}$

(2) 4 : 3 に外分する点
(解答) $-3\vec{a}+4\vec{b}$

(3) 2 : 7 に外分する点
(解答) $\dfrac{7\vec{a}-2\vec{b}}{5}$

(4) 中点
(解答) $\dfrac{\vec{a}+\vec{b}}{2}$

2. 平行四辺形 ABCD において、辺 CD を 1 : 3 に内分する点を E、対角線 BD を 4 : 3 に内分する点を F とする。このとき、3 点 A,F,E は一直線上にあることを証明せよ。
(解答) 略 ($\overrightarrow{\mathrm{AF}} = \dfrac{4}{7}\overrightarrow{\mathrm{AE}}$)

3. △ OAB において、辺 OA を 2 : 1 に内分する点を C, 辺 OB の中点を D とし、線分 AD と線分 BC の交点を P とする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$ とするとき、$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$ を用いて表せ。
(解答) $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \dfrac{1}{2}\vec{a} + \dfrac{1}{4}\vec{b}$

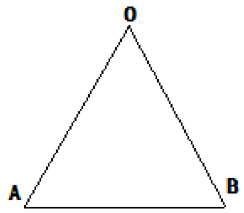
4. 次の直線の方程式を求めよ。

(1) 点 A(1, 2) を通り、ベクトル $\vec{d} = (-6, 2)$ に平行な直線
(解答) $x - 3y - 7 = 0$

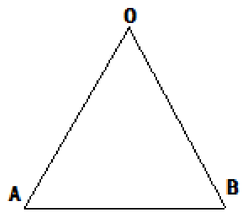
(2) 点 A(1, 2) を通り、ベクトル $\vec{n} = (1, -2)$ に垂直な直線
(解答) $x - 2y + 3 = 0$

5. △ OAB において、次の式を満たす点 P の存在範囲を図示せよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = s\,\overrightarrow{\mathrm{OA}} + t\,\overrightarrow{\mathrm{OB}},\ s + t = 2, s \geqq 0, t \geqq 0$



(2) $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = s\,\overrightarrow{\mathrm{OA}} + t\,\overrightarrow{\mathrm{OB}},\ 0 \leqq s + t \leqq \dfrac{1}{2}, s \geqq 0, t \geqq 0$



6. △ OAB において、辺 OA を 1 : 2 に内分する点を C, 辺 AB を 2 : 1 に内分する点を D とする。また、線分 OD と線分 BC の交点を P とする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$ とするとき、$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$ を用いて表せ。

(解答) $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \frac{1}{5}\vec{a} + \frac{2}{5}\vec{b}$

7. △ ABC と点 P に対して、等式 $2\overrightarrow{\mathrm{AP}} + 5\overrightarrow{\mathrm{BP}} + 7\overrightarrow{\mathrm{CP}} = \vec{0}$ が成り立つ。直線 AP と辺 BC の交点を D とするとき、次のものを求めよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{AB}}, \overrightarrow{\mathrm{AC}}$ を用いて表せ。

(解答) $\overrightarrow{\mathrm{AP}} = \dfrac{5\overrightarrow{\mathrm{AB}} + 7\overrightarrow{\mathrm{AC}}}{14}$

(2) 2 直線 AP,BC の交点を Q とするとき、$BQ : QC$ および $AP : PQ$ を求めよ。

(解答) $BQ : QC = 7 : 5$、$AP : PQ = 6 : 1$

(3) 面積比△ PBC: △ PCA: △ PAB を求めよ。

(解答) △ PBC: △ PCA: △ PAB= 2 : 5 : 7