数学II　第4章　三角関数　第1節　三角関数　確認テスト

1. 次の角を、度数法は弧度法で、弧度法は度数法で表せ。

(1) 30°　(2) 135°　(3) 420°

(4) $\dfrac{\pi}{3}$　(5) π　(6) $\dfrac{2}{5}\pi$

2. 半径 6、中心角 $\dfrac{\pi}{3}$ の扇形の弧の長さ l と面積 S を求めよ。

3. 次の θ について $\sin\theta$、$\cos\theta$、$\tan\theta$ の値を, それぞれ求めよ。

(1) $\theta = \dfrac{7}{6}\pi$　(2) $\theta = -\dfrac{\pi}{4}$

4. θ の動径が第 3 象限にあり、$\tan\theta = 3$ のとき、$\sin\theta$、$\cos\theta$ の値を求めよ。

5. $\sin\theta + \cos\theta = \dfrac{1}{3}$ のとき、次の式の値を求めよ。

(1) $\sin\theta\cos\theta$　(2) $\sin^3\theta + \cos^3\theta$

6. 等式 $\dfrac{\cos\theta}{1-\sin\theta} + \dfrac{1-\sin\theta}{\cos\theta} = \dfrac{2}{\cos\theta}$ を証明せよ。

7. 次のグラフをかけ。また、その周期を求めよ。

(1) $y = 2\sin\theta$

(2) $y = \cos 2\theta$

(3) $y=\tan(\theta-\frac{\pi}{4})$

8. 次の方程式、不等式を解け。ただし、$0 \leqq \theta < 2\pi$ とする。

(1) $2\cos\theta=1$　(2) $\tan\theta=-1$

(3) $\sin\theta \leqq \frac{1}{2}$　(4) $\tan\theta<\sqrt{3}$

(5) $\sin\left(\theta-\frac{2}{3}\pi\right)=-\frac{1}{\sqrt{2}}$

(6) $\cos\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)<-\frac{1}{2}$

9. $0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき、$y=\sin^2\theta+\cos\theta$ の最大値、最小値を求めよ。また、そのときの θ の値を求めよ。

数学II　第4章　三角関数　第1節　三角関数　確認テスト　解答

1. 次の角を、度数法は弧度法で、弧度法は度数法で表せ。

(1) $30^\circ = \dfrac{\pi}{6}$　(2) $135^\circ = \dfrac{3}{4}\pi$　(3) $420^\circ = \dfrac{7}{3}\pi$

(4) $\dfrac{\pi}{3} = 60^\circ$　(5) $\pi = 180^\circ$　(6) $\dfrac{2}{5}\pi = 72^\circ$

2. 半径 6、中心角 $\dfrac{\pi}{3}$ の扇形の弧の長さ l と面積 S を求めよ。

(解答) $l = 2\pi, S = 6\pi$

3. 次の θ について $\sin\theta$、$\cos\theta$、$\tan\theta$ の値を, それぞれ求めよ。

(1) $\theta = \dfrac{7}{6}\pi$

(解答)

$\sin\dfrac{7}{6}\pi = -\dfrac{1}{2}$

$\cos\dfrac{7}{6}\pi = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\tan\dfrac{7}{6}\pi = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

(2) $\theta = -\dfrac{\pi}{4}$

(解答)

$\sin\left(-\dfrac{\pi}{4}\right) = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$\cos\left(-\dfrac{\pi}{4}\right) = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$\tan\left(-\dfrac{\pi}{4}\right) = -1$

4. θ の動径が第 3 象限にあり、$\tan\theta = 3$ のとき、$\sin\theta$、$\cos\theta$ の値を求めよ。

(解答) $\sin\theta = -\dfrac{3}{\sqrt{10}}, \cos\theta = -\dfrac{1}{\sqrt{10}}$

5. $\sin\theta + \cos\theta = \dfrac{1}{3}$ のとき、次の式の値を求めよ。

(1) $\sin\theta\cos\theta = -\dfrac{4}{9}$　(2) $\sin^3\theta + \cos^3\theta = \dfrac{13}{27}$

6. 等式 $\dfrac{\cos\theta}{1-\sin\theta} + \dfrac{1-\sin\theta}{\cos\theta} = \dfrac{2}{\cos\theta}$ を証明せよ。

(証明)

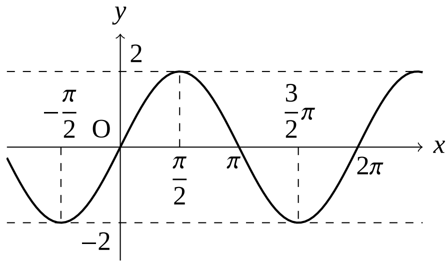
$$
\begin{aligned}
\text{左辺} &= \frac{\cos\theta}{1-\sin\theta} + \frac{1-\sin\theta}{\cos\theta} \\
&= \frac{\cos\theta\,(1+\sin\theta)}{(1-\sin\theta)(1+\sin\theta)} + \frac{1-\sin\theta}{\cos\theta} \\
&= \frac{\cos\theta\,(1+\sin\theta)}{1-\sin^2\theta} + \frac{1-\sin\theta}{\cos\theta} \\
&= \frac{\cos\theta\,(1+\sin\theta)}{\cos^2\theta} + \frac{1-\sin\theta}{\cos\theta} \\
&= \frac{1+\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{1-\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{2}{\cos\theta} = \text{右辺}
\end{aligned}
$$

よって、$\dfrac{\cos\theta}{1-\sin\theta} + \dfrac{1-\sin\theta}{\cos\theta} = \dfrac{2}{\cos\theta}$

7. 次のグラフをかけ。また、その周期を求めよ。

(1) $y = 2\sin\theta$

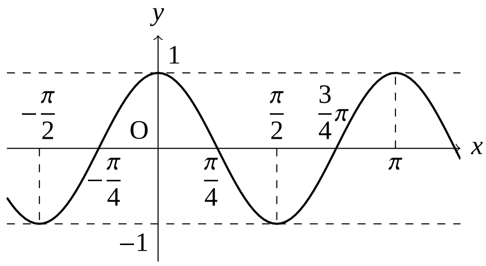
(解答)



周期は 2π

(2) $y = \cos 2\theta$

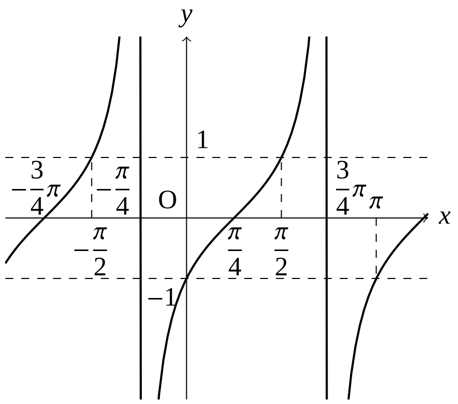
(解答)



周期は π

(3) $y = \tan(\theta - \frac{\pi}{4})$

(解答)



周期は π

8. 次の方程式、不等式を解け。ただし、$0 \leqq \theta < 2\pi$ とする。

(1) $2\cos\theta = 1$

(解答)

$\theta = \frac{\pi}{3}, \frac{5}{3}\pi$

(2) $\tan\theta = -1$

(解答)

$\theta = \frac{3}{4}\pi, \frac{7}{4}\pi$

(3) $\sin\theta \leqq \frac{1}{2}$

(解答)

$0 \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{6}, \frac{5}{6} \leqq \theta < 2\pi$

(4) $\tan\theta < \sqrt{3}$

(解答)

$0 \leqq \theta < \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2} < \theta < \frac{4}{3}\pi$

$\frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$

(5) $\sin\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

(解答)

$\theta = \frac{5}{12}\pi, \frac{23}{12}\pi$

(6) $\cos\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) < -\frac{1}{2}$

(解答)

$\frac{\pi}{3} < \theta < \pi$

9. $0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき、$y = \sin^2\theta + \cos\theta$ の最大値、最小値を求めよ。また、そのときの θ の値を求めよ。

(解答)

$\theta = \frac{\pi}{3}, \frac{5}{3}\pi$ で最大値 $\frac{5}{4}$ をとり、$\theta = \pi$ で最小値 -1 をとる