

数学B 第3章 数列 第3節 漸化式と数学的帰納法 確認テスト

1. 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 3, a_{n+1} = a_n + 4$

(2) $a_1 = 2, a_{n+1} = 2a_n$

(3) $a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + 2^n$

(4) $a_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n + 4$

2. n は自然数とする。数学的帰納法を用いて、次のことを証明せよ。

(1) $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$

(2) $2^n > 3n + 2 \quad (n \geq 4)$

3. 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$a_1 = 0, a_2 = 3, a_{n+2} - 5a_{n+1} + 6a_n = 0$$

4. 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

$$a_1 = 2, a_{n+1} = 2 - \frac{1}{a_n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

(1) a_2, a_3, a_4 を求めよ。

(2) 第 n 項 a_n を推測して、それを数学的帰納法を用いて証明せよ。

5. 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

$$a_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n + 3^n$$

(1) $b_n = \frac{a_n}{3^n}$ とおくと、数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

(2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

6. 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n が、 $3S_n = a_n + 2n - 1$ と表されるとき、次の問いに答えよ。

(1) a_{n+1} を a_n を用いて表せ。

(2) 一般項 a_n を n の式で表せ。

数学B 第3章 数列 第3節 漸化式と数学的帰納法 確認テスト 解答

1. 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 3, a_{n+1} = a_n + 4$

(解答) $a_n = 4n - 1$

(2) $a_1 = 2, a_{n+1} = 2a_n$

(解答) $a_n = 2^n$

(3) $a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + 2^n$

(解答) $a_n = 2^n - 1$

(4) $a_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n + 4$

(解答) $a_n = 5 \cdot 2^{n-1} - 4$

2. n は自然数とする。数学的帰納法を用いて、次のことを証明せよ。

(1) $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$

(解答) 略

(2) $2^n > 3n + 2 \quad (n \geq 4)$

(解答) 略

3. 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$a_1 = 0, a_2 = 3, a_{n+2} - 5a_{n+1} + 6a_n = 0$$

(解答) $a_n = 3^n - 3 \cdot 2^{n-1}$

4. 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

$$a_1 = 2, a_{n+1} = 2 - \frac{1}{a_n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

(1) a_2, a_3, a_4 を求めよ。

(解答) $a_2 = \frac{3}{2}, a_3 = \frac{4}{3}, a_4 = \frac{5}{4}$

(2) 第 n 項 a_n を推測して、それを数学的帰納法を用いて証明せよ。

(解答) 略

5. 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

$$a_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n + 3^n$$

(1) $b_n = \frac{a_n}{3^n}$ とおくと、数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

(解答) $b_n = -\left(\frac{2}{3}\right)^n + 1$

(2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(解答) $a_n = 3^n - 2^n$

6. 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n が、

$3S_n = a_n + 2n - 1$ と表されるとき、次の問いに答えよ。

(1) a_{n+1} を a_n を用いて表せ。

(解答) $a_{n+1} = -\frac{1}{2}a_n + 1$

(2) 一般項 a_n を n の式で表せ。

(解答) $a_n = \frac{1}{3} \left(-\frac{1}{2}\right)^n + \frac{2}{3}$