# 数学 III　第 5 章　微分法　第 1 節　導関数　確認テスト

1. $f(x) = \sqrt{x}$ について、$x = 2$ における微分係数を定義に従って求めよ。

2. 関数 $f(x) = |x^2 - 4|$ は $x = 2$ で微分可能でないことを示せ。

3. $f(x) = \dfrac{1}{x}$ の導関数を定義に従って求めよ。

4. 次の関数を微分せよ。

(1) $y = (x^3 + 2x)(2x^2 - 3)$

(2) $y = \dfrac{1}{4x - 1}$

(3) $y = \dfrac{3x + 5}{x^2 - 1}$

(4) $y = \dfrac{1}{x^3}$

(5) $y = (3x+7)^5$

(6) $y = \dfrac{1}{(x^3-3)^4}$

(7) $y = \sqrt[3]{x}$

(8) $y = \sqrt[5]{x^2}$

(9) $y = \sqrt[3]{1-x^3}$

(10) $y = \dfrac{x^2+x+2}{x-1}$

(11) $y = \left( x - \dfrac{1}{x} \right)^4$

(12) $y = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+3x+1}}$

# 数学 III　第 5 章　微分法　第 1 節　導関数　確認テスト　解答

1.　$f(x) = \sqrt{x}$ について、$x = 2$ における微分係数を定義に従って求めよ。

(解答)

$$f'(2) = \lim_{h \to 0} \frac{\sqrt{2+h} - \sqrt{2}}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{(\sqrt{2+h} - \sqrt{2})(\sqrt{2+h} + \sqrt{2})}{h(\sqrt{2+h} + \sqrt{2})}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{(2+h) - 2}{h(\sqrt{2+h} + \sqrt{2})}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{1}{\sqrt{2+h} + \sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

2.　関数 $f(x) = |x^2 - 4|$ は $x = 2$ で微分可能でないことを示せ。

(解答)

$$\frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \frac{|(2+h)^2 - 4| - |2^2 - 4|}{h}$$

$$= \frac{|h^2 + 4h|}{h} = \frac{|h||h+4|}{h} \cdots ①$$

である。ここで

$$\lim_{h \to +0} \frac{|h||h+4|}{h} = \lim_{h \to +0} \frac{h(h+4)}{h} = \lim_{h \to +0} (h+4) = 4$$

$$\lim_{h \to -0} \frac{|h||h+4|}{h} = \lim_{h \to -0} \frac{-h(h+4)}{h} = \lim_{h \to -0} (-h-4) = -4$$

であるから、$h \to 0$ における ① の極限はない。

したがって、関数 $f(x) = |x^2 - 4|$ は $x = 2$ で微分可能でない。

3.　$f(x) = \dfrac{1}{x}$ の導関数を定義に従って求めよ。

(解答)

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{1}{h}\left(\frac{1}{x+h} - \frac{1}{x}\right)$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{1}{h}\left\{\frac{x - (x+h)}{x(x+h)}\right\}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{-1}{x(x+h)}$$

$$= -\frac{1}{x^2}$$

4.　次の関数を微分せよ。

(1) $y = (x^3 + 2x)(2x^2 - 3)$

(解答)

$$y' = 10x^4 + 3x^2 - 6$$

(2) $y = \dfrac{1}{4x - 1}$

(解答)

$$y' = -\frac{4}{(4x-1)^2}$$

(3) $y = \dfrac{3x + 5}{x^2 - 1}$

(解答)

$$y' = -\frac{3x^2 + 10x + 3}{(x^2 - 1)^2}$$

(4) $y = \dfrac{1}{x^3}$

(解答)

$$y' = -\frac{3}{x^4}$$

(5) $y = (3x+7)^5$

(解答)

$$y' = 15(3x+7)^4$$

(6) $y = \dfrac{1}{(x^3-3)^4}$

(解答)

$$y' = -\frac{12x^2}{(x^3-3)^5}$$

(7) $y = \sqrt[3]{x}$

(解答)

$$y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

(8) $y = \sqrt[5]{x^2}$

(解答)

$$y' = \frac{2}{5\sqrt[5]{x^3}}$$

(9) $y = \sqrt[3]{1-x^3}$

(解答)

$$y' = -\frac{x^2}{\sqrt[3]{(1-x^3)^2}}$$

(10) $y = \dfrac{x^2+x+2}{x-1}$

(解答)

$$y' = \frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$$

(11) $y = \left(x - \dfrac{1}{x}\right)^4$

(解答)

$$y' = 4\left(x-\frac{1}{x}\right)^3\left(1+\frac{1}{x^2}\right)$$

(12) $y = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+3x+1}}$

(解答)

$$y' = -\frac{2x+3}{2(x^2+3x+1)\sqrt{x^2+3x+1}}$$