

数学Ⅲ 第5章 微分法 第2節 いろいろな関数の導関数1 確認テスト

1. 次の関数を微分せよ。

(1) $y = \sin 4x$

(2) $y = \cos^3 x$

(3) $y = \frac{1}{\tan x}$

(4) $y = \cos^2 4x$

(5) $y = x \sin x$

(6) $y = \log(3x^2 + 1)$

(7) $y = x \log_3 x$

(8) $y = \log_2 |\sin x|$

$$(9) y = e^{-2x^2}$$

$$(10) y = x \cdot 3^x$$

2. 次の関数について、第3次までの導関数を求めよ。

$$(1) y = -\sin x$$

$$(2) y = \frac{1}{x^2}$$

$$(3) y = e^{3x}$$

3. 次の関数の第 n 次導関数を求めよ。

$$y = x^n \quad (n \text{ は正の整数})$$

4. 方程式 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ で定められる x の関数 y について、 $\frac{dy}{dx}$ を求めよ。

5. x の関数 y が t を媒介変数として、次の式で表されるとき、 $\frac{dy}{dx}$ を t の関数として表せ。

$$(1) x = 2t, y = 4t^2 + 2t$$

$$(2) x = \cos t, y = \sin^2 t$$

1. 次の関数を微分せよ。

(1) $y = \sin 4x$

(解答)

$$y' = 4 \cos 4x$$

(2) $y = \cos^3 x$

(解答)

$$y' = -3 \sin x \cos^2 x$$

(3) $y = \frac{1}{\tan x}$

(解答)

$$y' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

(4) $y = \cos^2 4x$

(解答)

$$y' = -4 \sin 8x$$

(5) $y = x \sin x$

(解答)

$$y' = \sin x + x \cos x$$

(6) $y = \log(3x^2 + 1)$

(解答)

$$y' = \frac{6x}{3x^2 + 1}$$

(7) $y = x \log_3 x$

(解答)

$$y' = \log_3 x + \frac{1}{\log 3}$$

(8) $y = \log_2 |\sin x|$

(解答)

$$y' = \frac{\cos x}{(\sin x) \log 2}$$

$$(9) y = e^{-2x^2}$$

(解答)

$$y' = -4xe^{-2x^2}$$

$$(10) y = x \cdot 3^x$$

(解答)

$$y' = 3^x(1 + x \log 3)$$

2. 次の関数について、第3次までの導関数を求めよ。

$$(1) y = -\sin x$$

(解答)

$$y' = -\cos x, y'' = \sin x, y''' = \cos x$$

$$(2) y = \frac{1}{x^2}$$

(解答)

$$y' = -\frac{2}{x^3}, y'' = \frac{6}{x^4}, y''' = -\frac{24}{x^5}$$

$$(3) y = e^{3x}$$

(解答)

$$y' = 3e^{3x}, y'' = 9e^{3x}, y''' = 27e^{3x}$$

3. 次の関数の第 n 次導関数を求めよ。

$$y = x^n \quad (n \text{ は正の整数})$$

(解答)

$$y^n = n!$$

4. 方程式 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ で定められる x の関数 y について、 $\frac{dy}{dx}$ を求めよ。

(解答)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{9x}{4y}$$

5. x の関数 y が t を媒介変数として、次の式で表されるとき、 $\frac{dy}{dx}$ を t の関数として表せ。

$$(1) x = 2t, y = 4t^2 + 2t$$

(解答)

$$\frac{dy}{dx} = 4t + 1$$

$$(2) x = \cos t, y = \sin^2 t$$

(解答)

$$\frac{dy}{dx} = -2 \cos t$$