

# 問題

問題 1. 次の関数の増減を調べよ。

(1)  $f(x) = x - 4\sqrt{x}$

(2)  $f(x) = ex - e^x$

(3)  $f(x) = 2 \log x + x$

(4)  $f(x) = 2 \cos x - x \quad (0 \leq x \leq \frac{\pi}{2})$

問題 2. 次の関数の極値を求めよ。

(1)  $f(x) = xe^x$

(2)  $f(x) = -x \log x$

(3)  $f(x) = x + \frac{5}{x}$

(4)  $f(x) = x + \frac{1}{x+2}$

問題 3. 次の関数の極値を求めよ。

(1)  $f(x) = |x|(x+2)$

(2)  $f(x) = |x|(x-2)$

(3)  $f(x) = |x|\sqrt{x+6}$

(4)  $f(x) = |x|\sqrt{x+4}$

問題 4. 次の問いに答えよ。

(1) 関数  $f(x) = \frac{x^2 - 2x + a - 1}{x - 2}$  が  $x = 4$  で極値をとるように、定数  $a$  の値を定めよ。

また、このとき、関数  $f(x)$  の極値を求めよ。

(2) 関数  $f(x) = \frac{x^2 + 3x + a}{x + 2}$  が  $x = -1$  で極値をとるように、定数  $a$  の値を定めよ。ま

た、このとき、関数  $f(x)$  の極値を求めよ。

問題 5. 次の関数の最大値, 最小値を求めよ。

(1)  $y = \cos x(1 - \sin x) \quad (0 \leq x \leq 2\pi)$

(2)  $y = \sin x(1 - \sqrt{3} \cos x) \quad (0 \leq x \leq \frac{\pi}{2})$

(3)  $y = \frac{7 - 4x}{2x^2 + 4} \quad (1 \leq x \leq 5)$

(4)  $y = \frac{6x - 5}{2x^2 + 8} \quad (0 \leq x \leq 4)$

## 練習

練習 1. 次の関数の増減を調べよ。

(1)  $f(x) = x - 3 \log x$

(2)  $f(x) = 2 \cos x + x \quad (0 \leq x \leq \frac{\pi}{2})$

(3)  $f(x) = -6\sqrt{x} - x$

(4)  $f(x) = e^x + x$

練習 2. 次の関数の極値を求めよ。

(1)  $f(x) = x^2 e^{-2x}$

(2)  $f(x) = 2x \log x$

(3)  $f(x) = x + \frac{3}{x}$

(4)  $f(x) = x + \frac{4}{x-1}$

練習 3. 次の関数の極値を求めよ。

(1)  $f(x) = |x|(x+3)$

(2)  $f(x) = |x|(x-1)$

(3)  $f(x) = |x|\sqrt{x+5}$

(4)  $f(x) = |x|\sqrt{x+3}$

練習 4. 次の問いに答えよ。

(1) 関数  $f(x) = x + \frac{a}{x}$  が  $x = 2$  で極値をとるように、定数  $a$  の値を定めよ。また、このとき、関数  $f(x)$  の極値を求めよ。

(2) 関数  $f(x) = \frac{x^2 + x + a + 2}{x + 1}$  が  $x = -3$  で極値をとるように、定数  $a$  の値を定めよ。また、このとき、関数  $f(x)$  の極値を求めよ。

練習 5. 次の関数の最大値、最小値を求めよ。

(1)  $y = \sin x(\cos x - 1) \quad (0 \leq x \leq 2\pi)$

(2)  $y = \cos x(\sqrt{3} \sin x - 1) \quad (\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi)$

(3)  $y = \frac{3-3x}{x^2+3} \quad (1 \leq x \leq 4)$

(4)  $y = \frac{3x}{x^2+1} \quad (0 \leq x \leq 2)$

# 解答

問題 1.

- (1)  $0 \leq x \leq 4$  で減少し,  $4 \leq x$  で増加する (2)  $x \leq 1$  で増加し,  $1 \leq x$  で減少する  
(3)  $0 < x$  で増加する (4)  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$  で減少する

問題 2.

- (1)  $x = -1$  で極小値  $-\frac{1}{e}$  をとる (2)  $x = \frac{1}{e}$  で極大値  $\frac{1}{e}$  をとる  
(3)  $x = -\sqrt{5}$  で極大値  $-2\sqrt{5}$ ,  $x = \sqrt{5}$  で極小値  $2\sqrt{5}$  をとる  
(4)  $x = -3$  で極大値  $-4$ ,  $x = -1$  で極小値  $0$  をとる

問題 3.

- (1)  $x = -1$  で極大値  $1$ ,  $x = 0$  で極小値  $0$  をとる  
(2)  $x = 0$  で極大値  $0$ ,  $x = 1$  で極小値  $-1$  をとる  
(3)  $x = -4$  で極大値  $4\sqrt{2}$ ,  $x = 0$  で極小値  $0$  をとる  
(4)  $x = -\frac{8}{3}$  で極大値  $\frac{16\sqrt{3}}{9}$ ,  $x = 0$  で極小値  $0$  をとる

問題 4.

- (1)  $a = 5$ ,  $x = 0$  で極大値  $-2$ ,  $x = 4$  で極小値  $6$   
(2)  $a = 3$ ,  $x = -3$  で極大値  $-3$ ,  $x = -1$  で極小値  $1$

問題 5.

- (1)  $x = \frac{11}{6}\pi$  で最大値  $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ ,  $x = \frac{7}{6}\pi$  で最小値  $-\frac{3\sqrt{3}}{4}$   
(2)  $x = \frac{\pi}{2}$  で最大値  $1$ ,  $x = \frac{\pi}{6}$  で最小値  $-\frac{1}{4}$   
(3)  $x = 1$  で最大値  $\frac{1}{2}$ ,  $x = 4$  で最小値  $-\frac{1}{4}$   
(4)  $x = 3$  で最大値  $\frac{1}{2}$ ,  $x = 0$  で最小値  $-\frac{5}{8}$

# 解答

練習 1.

- (1)  $0 < x \leq 3$  で減少し,  $3 \leq x$  で増加する
- (2)  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{6}$  で増加し,  $\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$  で減少する
- (3)  $0 \leq x$  で減少する (4) 常に増加する

練習 2.

- (1)  $x = 0$  で極小値  $0$ ,  $x = 1$  で極大値  $\frac{1}{e^2}$  をとる
- (2)  $x = \frac{1}{e}$  で極小値  $-\frac{2}{e}$  をとる
- (3)  $x = -\sqrt{3}$  で極大値  $-2\sqrt{3}$ ,  $x = \sqrt{3}$  で極小値  $2\sqrt{3}$  をとる
- (4)  $x = -1$  で極大値  $-3$ ,  $x = 3$  で極小値  $5$  をとる

練習 3.

- (1)  $x = -\frac{3}{2}$  で極大値  $\frac{9}{4}$ ,  $x = 0$  で極小値  $0$  をとる
- (2)  $x = 0$  で極大値  $0$ ,  $x = \frac{1}{2}$  で極小値  $-\frac{1}{4}$  をとる
- (3)  $x = -\frac{10}{3}$  で極大値  $\frac{10\sqrt{15}}{9}$ ,  $x = 0$  で極小値  $0$  をとる
- (4)  $x = -2$  で極大値  $2$ ,  $x = 0$  で極小値  $0$  をとる

練習 4.

- (1)  $a = 4$ ,  $x = -2$  で極大値  $-4$ ,  $x = 2$  で極小値  $4$
- (2)  $a = 2$ ,  $x = -3$  で極大値  $-5$ ,  $x = 1$  で極小値  $3$

練習 5.

- (1)  $x = \frac{4}{3}\pi$  で最大値  $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ ,  $x = \frac{2}{3}\pi$  で最小値  $-\frac{3\sqrt{3}}{4}$
- (2)  $x = \pi$  で最大値  $1$ ,  $x = \frac{2}{3}\pi$  で最小値  $-\frac{1}{4}$
- (3)  $x = 1$  で最大値  $0$ ,  $x = 3$  で最小値  $-\frac{1}{2}$
- (4)  $x = 1$  で最大値  $\frac{3}{2}$ ,  $x = 0$  で最小値  $0$