

## 問題

問題 1. 第  $n$  項が次の式で表される数列の極限を調べよ。

- (1)  $3^n$                       (2)  $(\sqrt{5})^n$                       (3)  $\left(\frac{1}{3}\right)^n$                       (4)  $\left(-\frac{2}{5}\right)^n$
- (5)  $\left(-\frac{3}{2}\right)^n$                       (6)  $(-5)^n$                       (7)  $5\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$                       (8)  $3(-2)^{n-1}$

問題 2. 次の数列が収束するような  $x$  の範囲を求めよ。また、そのときの極限值を求めよ。

- (1) 数列  $\{(x-2)^n\}$                       (2) 数列  $\left\{\left(\frac{x}{3}\right)^n\right\}$

問題 3. 次の極限を求めよ。

- (1)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot 5^n - 2^n}{5^n + 3^n}$                       (2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n - 7^n}{7^n - 3 \cdot 2^n}$
- (3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+2}}{2^n - 3^n}$                       (4)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n + 2^n}{4^{n+1} - 3^n}$
- (5)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6^n + 3^n}{2^n - 3^n}$                       (6)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^n}{4^n + 3^{n+1}}$
- (7)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} - 3^n}{5^n}$                       (8)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n - 3^n}{6^n + 2^n}$

問題 4. 次の問いに答えよ。

(1) 数列  $\left\{\frac{2-r^n}{r^n+1}\right\}$  の極限を、次の場合について求めよ。

- ①  $r > 1$                       ②  $r = 1$                       ③  $|r| < 1$                       ④  $r < -1$

(2) 数列  $\left\{\frac{r^n}{r^n+2}\right\}$  の極限を、次の場合について求めよ。

- ①  $r > 1$                       ②  $r = 1$                       ③  $|r| < 1$                       ④  $r < -1$

問題 5. 次の条件によって定められる数列  $\{a_n\}$  の極限を求めよ。

- (1)  $a_1 = 4, a_{n+1} = \frac{1}{3}a_n + 4$                       (2)  $a_1 = 1, a_{n+1} = -\frac{1}{4}a_n + 1$

## 練習

練習 1. 第  $n$  項が次の式で表される数列の極限を調べよ。

- (1)  $5^n$                       (2)  $(\sqrt{7})^n$                       (3)  $\left(\frac{1}{2}\right)^n$                       (4)  $\left(-\frac{4}{5}\right)^n$
- (5)  $\left(-\frac{5}{4}\right)^n$                       (6)  $(-3)^n$                       (7)  $2\left(-\frac{1}{5}\right)^{n-1}$                       (8)  $-3(\sqrt{2})^{n-1}$

練習 2. 次の数列が収束するような  $x$  の範囲を求めよ。また、そのときの極限值を求めよ。

- (1) 数列  $\{(x+3)^n\}$                       (2) 数列  $\{(2x)^n\}$

練習 3. 次の極限を求めよ。

- (1)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot 4^n + 3^n}{4^n - 3^n}$                       (2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-9^n + 5^n}{5^n + 3 \cdot 9^n}$
- (3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6^{n+1} - 2^n}{3^n - 6^n}$                       (4)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+3} - 2^n}{2^{n+1} + 3^n}$
- (5)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7^n - 2^n}{2^n - 5^n}$                       (6)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n + 3^n}{2^{n+1}}$
- (7)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} - 4^n}{6^n - 2^{n+1}}$                       (8)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 2^n}{5^n - 2 \cdot 3^n}$

練習 4. 次の問いに答えよ。

- (1) 数列  $\left\{\frac{1-r^n}{r^n+2}\right\}$  の極限を、次の場合について求めよ。

- ①  $r > 1$                       ②  $r = 1$                       ③  $|r| < 1$                       ④  $r < -1$

- (2) 数列  $\left\{\frac{r^n+3}{r^n+1}\right\}$  の極限を、次の場合について求めよ。

- ①  $r > 1$                       ②  $r = 1$                       ③  $|r| < 1$                       ④  $r < -1$

練習 5. 次の条件によって定められる数列  $\{a_n\}$  の極限を求めよ。

- (1)  $a_1 = 6, a_{n+1} = \frac{1}{4}a_n + 3$                       (2)  $a_1 = 2, a_{n+1} = -\frac{1}{2}a_n + 1$

# 解答

問題 1.

(1)  $\infty$  (2)  $\infty$  (3) 0 (4) 0 (5) ない (6) ない (7) 0 (8) ない

問題 2.

(1) 収束する範囲： $1 < x \leq 3$ , 極限值： $1 < x < 3$  のとき 0,  $x = 3$  のとき 1

(2) 収束する範囲： $-3 < x \leq 3$ , 極限值： $-3 < x < 3$  のとき 0,  $x = 3$  のとき 1

問題 3.

(1) 2 (2) -1 (3) -9 (4)  $\frac{1}{4}$  (5)  $-\infty$  (6)  $\infty$  (7) 0 (8) 0

問題 4.

(1) ① -1 ②  $\frac{1}{2}$  ③ 2 ④ -1 (2) ① 1 ②  $\frac{1}{3}$  ③ 0 ④ 1

問題 5.

(1) 6 (2)  $\frac{4}{5}$

練習 1.

(1)  $\infty$  (2)  $\infty$  (3) 0 (4) 0 (5) ない (6) ない (7) 0 (8)  $-\infty$

練習 2.

(1) 収束する範囲： $-4 < x \leq -2$ , 極限值： $-4 < x < -2$  のとき 0,  $x = -2$  のとき 1

(2) 収束する範囲： $-\frac{1}{2} < x \leq \frac{1}{2}$ , 極限值： $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$  のとき 0,  $x = \frac{1}{2}$  のとき 1

練習 3.

(1) 3 (2)  $-\frac{1}{3}$  (3) -6 (4) 27 (5)  $-\infty$  (6)  $\infty$  (7) 0 (8) 0

練習 4.

(1) ① -1 ② 0 ③  $\frac{1}{2}$  ④ -1 (2) ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 1

練習 5.

(1) 4 (2)  $\frac{2}{3}$