

問題

問題 1. 次の数列の極限をいえ。

(1) $\frac{3}{1}, \frac{5}{2}, \frac{7}{3}, \dots, \frac{2n+1}{n}, \dots$

(2) $\frac{2}{1}, -\frac{2}{2}, \frac{2}{3}, \dots, \frac{2 \cdot (-1)^n}{n}, \dots$

(3) $\sin \pi, \sin 2\pi, \sin 3\pi, \dots, \sin n\pi, \dots$

(4) $\sin \frac{3}{2}\pi, \sin \frac{7}{2}\pi, \sin \frac{11}{2}\pi, \dots, \sin \frac{4n-1}{2}\pi, \dots$

問題 2. 第 n 項が次の式で表される数列の極限を調べよ。

(1) ① $3n$

② $-n^3$

③ $-\frac{3}{2^n}$

④ $3^n + (-3)^n$

(2) ① $n \cdot (-2)^n$

② $\frac{2}{n}$

③ $-n$

④ $n^2 + 1$

問題 3. 次の問いに答えよ。

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 3, \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = -1$ のとき、次の極限を求めよ。

① $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + 3b_n)$

② $\lim_{n \rightarrow \infty} 2a_n b_n$

③ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2a_n}{3a_n - b_n}$

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -2, \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 5$ のとき、次の極限を求めよ。

① $\lim_{n \rightarrow \infty} (2a_n - b_n)$

② $\lim_{n \rightarrow \infty} (-a_n b_n)$

③ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n - b_n}{2a_n + b_n}$

練習

練習 1. 次の数列の極限をいえ。

(1) 2.9, 3.01, 2.999, \dots , $3 + (-0.1)^n$, \dots (2) $\frac{3}{1}, \frac{7}{2}, \frac{11}{3}, \dots, \frac{4n-1}{n}, \dots$

(3) $\cos 0, \cos 2\pi, \cos 4\pi, \dots, \cos 2n\pi, \dots$ (4) $\cos \frac{\pi}{2}, \cos \frac{3}{2}\pi, \cos \frac{5}{2}\pi, \dots, \cos \frac{2n-1}{2}\pi, \dots$

練習 2. 第 n 項が次の式で表される数列の極限を調べよ。

(1) ① -4^n ② $\cos n\pi$ ③ $5n$ ④ $\frac{1}{n^2}$

(2) ① $\left(-\frac{1}{2}\right)^n$ ② $2n^3$ ③ $(-4)^n$ ④ $-5n$

練習 3. 次の問いに答えよ。

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 4, \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 2$ のとき, 次の極限を求めよ。

① $\lim_{n \rightarrow \infty} (2a_n + b_n)$ ② $\lim_{n \rightarrow \infty} 3a_n b_n$ ③ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2a_n + 3b_n}{a_n - 3b_n}$

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -3, \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = -1$ のとき, 次の極限を求めよ。

① $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - 4b_n)$ ② $\lim_{n \rightarrow \infty} (-a_n b_n)$ ③ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4a_n - b_n}{b_n}$

解答

問題 1.

(1) ① 2 (2) ② 0 (3) ③ 0 (4) ④ -1

問題 2.

(1) ① ∞ ② $-\infty$ ③ 0 ④ ない (2) ① ない ② 0 ③ $-\infty$ ④ ∞

問題 3.

(1) ① 0 ② -6 ③ $\frac{3}{5}$ (2) ① -9 ② 10 ③ -7

練習 1.

(1) ① 3 (2) ② 4 (3) ③ 1 (4) ④ 0

練習 2.

(1) ① $-\infty$ ② ない ③ ∞ ④ 0 (2) ① 0 ② ∞ ③ ない ④ $-\infty$

練習 3.

(1) ① 10 ② 24 ③ -7 (2) ① 1 ② 3 ③ 11