

数学B 第2章 空間のベクトル 確認テスト

1. 次の平面に関して、点 $P(1, 4, 3)$ と対称な点の座標をそれぞれ求めよ。

(1) yz 平面

(2) xy 平面

2. $\vec{a} = (2, -1, 5), \vec{b} = (-2, 0, 2)$ のとき、次のベクトルを成分表示せよ。

(1) $\vec{a} + \vec{b}$

(2) $3\vec{a} - 2\vec{b}$

3. 2点 $A(-2, 1, 4), B(2, 4, -1)$ について、 \overrightarrow{AB} を成分表示し、 $|\overrightarrow{AB}|$ を求めよ。

4. 次の2つのベクトル \vec{a}, \vec{b} について、内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ とそのなす角 θ を求めよ。

(1) $\vec{a} = (-1, 2, -2), \vec{b} = (-3, -4, 5)$

(2) $\vec{a} = (4, -2, -2), \vec{b} = (1, 2, 0)$

5. 3点 $A(1, 3, 4), B(0, 5, 5), C(1, 5, 6)$ を頂点とする $\triangle ABC$ において、次の問いに答えよ。

(1) $\angle BAC$ の大きさを求めよ。

(2) $\triangle ABC$ の面積 S を求めよ。

6. 2つのベクトル $\vec{a} = (3, -1, 0), \vec{b} = (1, -1, 1)$ の両方に垂直で、大きさが $\sqrt{14}$ のベクトル \vec{p} を求めよ。

7. 3点 $A(1, 4, 5), B(1, 0, 3), C(2, 1, 0)$ の定める平面 ABC 上に点 $P(3, 6, z)$ があるとき、 z の値を求めよ。

8. 四面体 $OABC$ において、辺 OA の中点を M 、辺 BC を $2:1$ に内分する点を N とし、線分 MN の中点を R とし、直線 OR と平面 ABC の交点を P とする。 $\vec{OA} = \vec{a}, \vec{OB} = \vec{b}, \vec{OC} = \vec{c}$ とするとき、次の問いに答えよ。

(1) \vec{OR} を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて表せ。

(2) \vec{OP} を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて表せ。

9. 2点 $A(1, 2, -2), B(4, -4, 1)$ について、次のものを答えよ。

(1) 2点 A, B 間の距離

(2) 線分 AB の中点 M の座標

(3) 線分 AB を $2:1$ に外分する点 P の座標

(4) $C(1, 2, -2)$ とする。 $\triangle ABC$ の重心の座標を求めよ。

10. 次のような球面の方程式を求めよ。

(1) 原点を中心とする半径 3 の球面

(2) 点 $(-1, 2, -3)$ を中心とする半径 4 の球面

(3) 2点 $A(1, 0, -3), B(-1, 2, -1)$ を直径の両端とする球面

11. 球面 $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 25$ と xy 平面が交わる部分は円である。その円の中心の座標と半径を求めよ。

12. 3点 $A(1, 0, 0), B(0, 2, 0), C(0, 0, 1)$ の定める平面 α に原点 O から垂線 OH を下ろす。点 H の座標を求めよ。また、 $|\vec{OH}|$ を求めよ。

数学B 第1章 空間のベクトル 確認テスト 解答

1. 次の平面に関して、点 $P(1, 4, 3)$ と対称な点の座標をそれぞれ求めよ。

(1) yz 平面

(解答) $(-1, 4, 3)$

(2) xy 平面

(解答) $(1, 4, -3)$

2. $\vec{a} = (2, -1, 5), \vec{b} = (-2, 0, 2)$ のとき、次のベクトルを成分表示せよ。

(1) $\vec{a} + \vec{b} = (0, -1, 7)$

(2) $3\vec{a} - 2\vec{b} = (10, -3, 11)$

3. 2点 $A(-2, 1, 4), B(2, 4, -1)$ について、 \overrightarrow{AB} を成分表示し、 $|\overrightarrow{AB}|$ を求めよ。

(解答) $\overrightarrow{AB} = (4, 3, -5), |\overrightarrow{AB}| = 5\sqrt{2}$

4. 次の2つのベクトル \vec{a}, \vec{b} について、内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ とそのなす角 θ を求めよ。

(1) $\vec{a} = (-1, 2, -2), \vec{b} = (-3, -4, 5)$

(解答) $\vec{a} \cdot \vec{b} = -15, \theta = 135^\circ$

(2) $\vec{a} = (4, -2, -2), \vec{b} = (1, 2, 0)$

(解答) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0, \theta = 90^\circ$

5. 3点 $A(1, 3, 4), B(0, 5, 5), C(1, 5, 6)$ を頂点とする $\triangle ABC$ において、次の問いに答えよ。

(1) $\angle BAC$ の大きさを求めよ。

(解答) $\angle BAC = 30^\circ$

(2) $\triangle ABC$ の面積 S を求めよ。

(解答) $S = \sqrt{3}$

6. 2つのベクトル $\vec{a} = (3, -1, 0), \vec{b} = (1, -1, 1)$ の両方に垂直で、大きさが $\sqrt{14}$ のベクトル \vec{p} を求めよ。

(解答) $\vec{p} = (1, 3, 2), (-1, -3, -2)$

7. 3点 $A(1, 4, 5), B(1, 0, 3), C(2, 1, 0)$ の定める平面 ABC 上に点 $P(3, 6, z)$ があるとき、 z の値を求めよ。

(解答) $z = 3$

8. 四面体 $OABC$ において、辺 OA の中点を M 、辺 BC を $2:1$ に内分する点を N とし、線分 MN の中点を R とし、直線 OR と平面 ABC の交点を P とする。 $\vec{OA} = \vec{a}, \vec{OB} = \vec{b}, \vec{OC} = \vec{c}$ とするとき、次の問いに答えよ。

(1) \vec{OR} を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて表せ。

(解答) $\vec{OR} = \frac{1}{4}\vec{a} + \frac{1}{6}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c}$

(2) \vec{OP} を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて表せ。

(解答) $\vec{OP} = \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{2}{9}\vec{b} + \frac{4}{9}\vec{c}$

9. 2点 $A(1, 2, -2), B(4, -4, 1)$ について、次のものを答えよ。

(1) 2点 A, B 間の距離

(解答) $3\sqrt{6}$

(2) 線分 AB の中点 M の座標

(解答) $M(\frac{5}{2}, -1, -\frac{1}{2})$

(3) 線分 AB を $2:1$ に外分する点 P の座標

(解答) $P(7, -10, 4)$

(4) $C(1, 2, -2)$ とする。 $\triangle ABC$ の重心の座標を求めよ。

(解答) $G(2, 0, -1)$

10. 次のような球面の方程式を求めよ。

(1) 原点を中心とする半径 3 の球面

(解答) $x^2 + y^2 + z^2 = 9$

(2) 点 $(-1, 2, -3)$ を中心とする半径 4 の球面

(解答) $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 16$

(3) 2点 $A(1, 0, -3), B(-1, 2, -1)$ を直径の両端とする球面

(解答) $x^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 3$

11. 球面 $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 25$ と xy 平面が交わる部分は円である。その円の中心の座標と半径を求めよ。

(解答) 中心 $(2, -1, 0)$ 、半径 4

12. 3点 $A(1, 0, 0), B(0, 2, 0), C(0, 0, 1)$ の定める平面 α に原点 O から垂線 OH を下ろす。点 H の座標を求めよ。また、 $|\vec{OH}|$ を求めよ。

(解答) $H(\frac{4}{9}, \frac{2}{9}, \frac{4}{9}), |\vec{OH}| = \frac{2}{3}$