

問題

問題 1. 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 0, a_2 = 1, a_{n+2} - a_{n+1} - 6a_n = 0$

(2) $a_1 = -1, a_2 = 2, a_{n+2} - 7a_{n+1} + 12a_n = 0$

(3) $a_1 = 1, a_2 = 4, a_{n+2} - 4a_{n+1} + 4a_n = 0$

(4) $a_1 = 1, a_2 = 1, a_{n+2} + 6a_{n+1} + 9a_n = 0$

問題 2. 次の問いに答えよ。

(1) 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

$$a_1 = 0, b_1 = 1, a_{n+1} = a_n + 2b_n, b_{n+1} = 2a_n + b_n$$

① 数列 $\{a_n + b_n\}, \{a_n - b_n\}$ の一般項をそれぞれ求めよ。

② 数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ の一般項をそれぞれ求めよ。

(2) 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

$$a_1 = 1, b_1 = 2, a_{n+1} = a_n + 2b_n, b_{n+1} = 2a_n - 2b_n$$

① 数列 $\{2a_n + b_n\}, \{a_n - 2b_n\}$ の一般項をそれぞれ求めよ。

② 数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ の一般項をそれぞれ求めよ。

練習

練習 1. 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 0, a_2 = 1, a_{n+2} + 5a_{n+1} + 6a_n = 0$

(2) $a_1 = 1, a_2 = 1, a_{n+2} + a_{n+1} - 12a_n = 0$

(3) $a_1 = 1, a_2 = 2, a_{n+2} + 4a_{n+1} + 4a_n = 0$

(4) $a_1 = 0, a_2 = 1, a_{n+2} - 8a_{n+1} + 16a_n = 0$

練習 2. 次の問いに答えよ。

(1) 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

$$a_1 = 1, b_1 = 0, a_{n+1} = 2a_n + b_n, b_{n+1} = a_n + 2b_n$$

① 数列 $\{a_n + b_n\}, \{a_n - b_n\}$ の一般項をそれぞれ求めよ。

② 数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ の一般項をそれぞれ求めよ。

(2) 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

$$a_1 = 1, b_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n + b_n, b_{n+1} = 6a_n + b_n$$

① 数列 $\{3a_n + b_n\}, \{2a_n - b_n\}$ の一般項をそれぞれ求めよ。

② 数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ の一般項をそれぞれ求めよ。

解答

問題 1.

$$(1) a_n = \frac{3^{n-1} - (-2)^{n-1}}{5} \quad (2) a_n = 5 \cdot 4^{n-1} - 2 \cdot 3^n \quad (3) a_n = n \cdot 2^{n-1}$$

$$(4) a_n = (4n - 7) \cdot (-3)^{n-2}$$

問題 2.

$$(1) \textcircled{1} a_n + b_n = 3^{n-1}, a_n - b_n = (-1)^n$$

$$\textcircled{2} a_n = \frac{3^{n-1} + (-1)^n}{2}, b_n = \frac{3^{n-1} - (-1)^n}{2}$$

$$(2) \textcircled{1} 2a_n + b_n = 2^{n+1}, a_n - 2b_n = (-3)^n$$

$$\textcircled{2} a_n = \frac{2^{n+2} + (-3)^n}{5}, b_n = \frac{2^{n+1} - 2 \cdot (-3)^n}{5}$$

練習 1.

$$(1) a_n = (-2)^{n-1} - (-3)^{n-1} \quad (2) a_n = \frac{5 \cdot 3^{n-1} + 2 \cdot (-4)^{n-1}}{7}$$

$$(3) a_n = (-2n + 3) \cdot (-2)^{n-1} \quad (4) a_n = (n - 1) \cdot 4^{n-2}$$

練習 2.

$$(1) \textcircled{1} a_n + b_n = 3^{n-1}, a_n - b_n = 1$$

$$\textcircled{2} a_n = \frac{3^{n-1} + 1}{2}, b_n = \frac{3^{n-1} - 1}{2}$$

$$(2) \textcircled{1} 3a_n + b_n = 4^n, 2a_n - b_n = (-1)^{n-1}$$

$$\textcircled{2} a_n = \frac{4^n + (-1)^{n-1}}{5}, b_n = \frac{2 \cdot 4^n + 3 \cdot (-1)^n}{5}$$