

問題

問題 1. 次の問いに答えよ。

(1) 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

$$a_1 = 2, a_{n+1} = 3a_n + 2n + 1$$

① $b_n = a_n + pn + q$ とおくと、 $b_{n+1} = 3b_n$ を満たす p, q の値を求めよ。

② 数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

③ 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(2) 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

$$a_1 = 3, a_{n+1} = 4a_n + 6n - 5$$

① $b_n = a_n + pn + q$ とおくと、 $b_{n+1} = 4b_n$ を満たす p, q の値を求めよ。

② 数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

③ 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

問題 2. 次の問いに答えよ。

(1) 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

$$a_1 = 2, a_{n+1} = 3a_n + 2n + 1$$

① $b_n = a_{n+1} - a_n$ とおくと、 b_{n+1} と b_n の関係式を求めよ。

② 数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

③ 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(2) 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

$$a_1 = 3, a_{n+1} = 4a_n + 6n - 5$$

① $b_n = a_{n+1} - a_n$ とおくと、 b_{n+1} と b_n の関係式を求めよ。

② 数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

③ 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

問題 3. 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 3, a_{n+1} = 2a_n - 3n + 4$

(2) $a_1 = 6, a_{n+1} = -3a_n + 8n + 6$

練習

練習 1. 次の問いに答えよ。

(1) 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

$$a_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n + 4n - 3$$

① $b_n = a_n + pn + q$ とおくと、 $b_{n+1} = 2b_n$ を満たす p, q の値を求めよ。

② 数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

③ 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(2) 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

$$a_1 = 3, a_{n+1} = -4a_n + 5n + 6$$

① $b_n = a_n + pn + q$ とおくと、 $b_{n+1} = -4b_n$ を満たす p, q の値を求めよ。

② 数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

③ 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

練習 2. 次の問いに答えよ。

(1) 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

$$a_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n + 4n - 3$$

① $b_n = a_{n+1} - a_n$ とおくと、 b_{n+1} と b_n の関係式を求めよ。

② 数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

③ 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(2) 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

$$a_1 = 3, a_{n+1} = -4a_n + 5n + 6$$

① $b_n = a_{n+1} - a_n$ とおくと、 b_{n+1} と b_n の関係式を求めよ。

② 数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

③ 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

練習 3. 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 1, a_{n+1} = 3a_n + 6n + 1$

(2) $a_1 = 3, a_{n+1} = -2a_n + 3n - 2$

解答

問題 1.

(1) ① $p = 1, q = 1$ ② $b_n = 4 \cdot 3^{n-1}$ ③ $a_n = 4 \cdot 3^{n-1} - n - 1$

(2) ① $p = 2, q = -1$ ② $b_n = 4^n$ ③ $a_n = 4^n - 2n + 1$

問題 2.

(1) ① $b_{n+1} = 3b_n + 2$ ② $b_n = 8 \cdot 3^{n-1} - 1$ ③ $a_n = 4 \cdot 3^{n-1} - n - 1$

(2) ① $b_{n+1} = 4b_n + 6$ ② $b_n = 3 \cdot 4^n - 2$ ③ $a_n = 4^n - 2n + 1$

問題 3.

(1) $a_n = 2^{n-1} + 3n - 1$ (2) $a_n = -(-3)^n + 2n + 1$

練習 1.

(1) ① $p = 4, q = 1$ ② $b_n = 3 \cdot 2^n$ ③ $a_n = 3 \cdot 2^n - 4n - 1$

(2) ① $p = -1, q = -1$ ② $b_n = (-4)^{n-1}$ ③ $a_n = (-4)^{n-1} + n + 1$

練習 2.

(1) ① $b_{n+1} = 2b_n + 4$ ② $b_n = 6 \cdot 2^{n-1} - 4$ ③ $a_n = 3 \cdot 2^n - 4n - 1$

(2) ① $b_{n+1} = -4b_n + 5$ ② $b_n = -5 \cdot (-4)^{n-1} + 1$ ③ $a_n = (-4)^{n-1} + n + 1$

練習 3.

(1) $a_n = 2 \cdot 3^n - 3n - 2$ (2) $a_n = 3 \cdot (-2)^{n-1} + n - 1$